

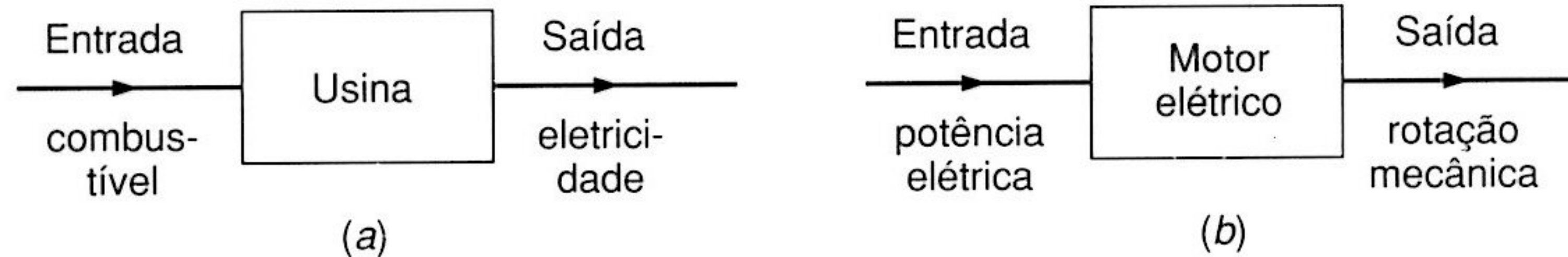
MODELAGEM MATEMÁTICA



Introdução à Sistemas Lineares
Prof. Fernando Passold

2026/2

“SISTEMAS”



- O termo **sistema** é usado para descrever uma série de componentes que interagem em torno de um condição limite imaginária, e somente a entrada e a saída são de interesse, ou seja, não há necessidade de explorar as interações detalhadas entre os componentes.
- Resumindo: o que importa mesmo num sistema, é a relação entre as entradas e saídas

“SISTEMAS”

- “SISTEMAS”: Estabelecer relações entre saídas e entradas.
- **Vantagens** (ao estudar sistemas deste forma) é que, embora exista uma grande variedade de sistemas possíveis, as relações entre a entrada e a saída de muitos deles podem ser similares.

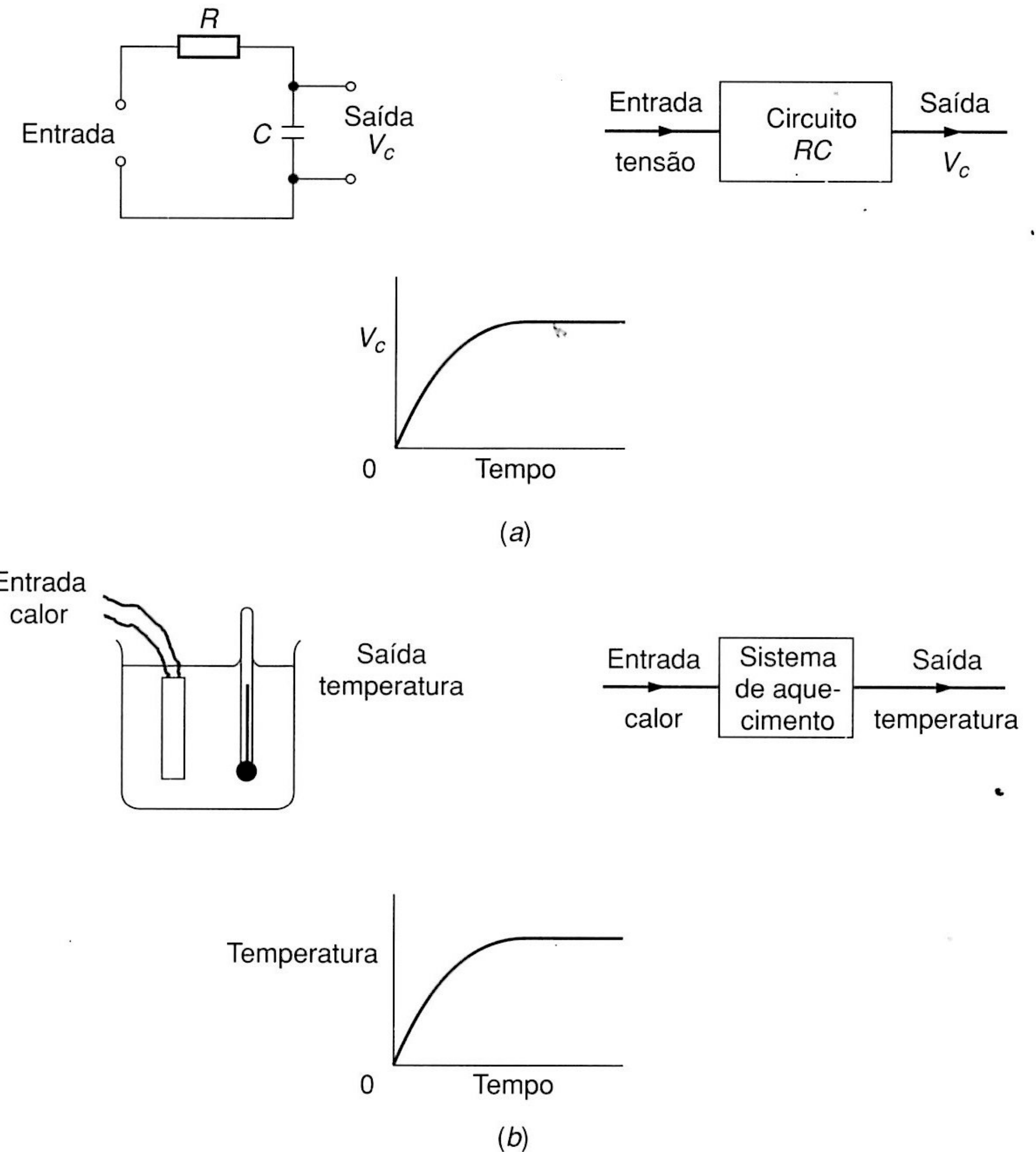


Figura 1.2 Sistemas semelhantes: (a) um circuito RC e (b) um sistema de aquecimento.

SUB-SISTEMAS

.....

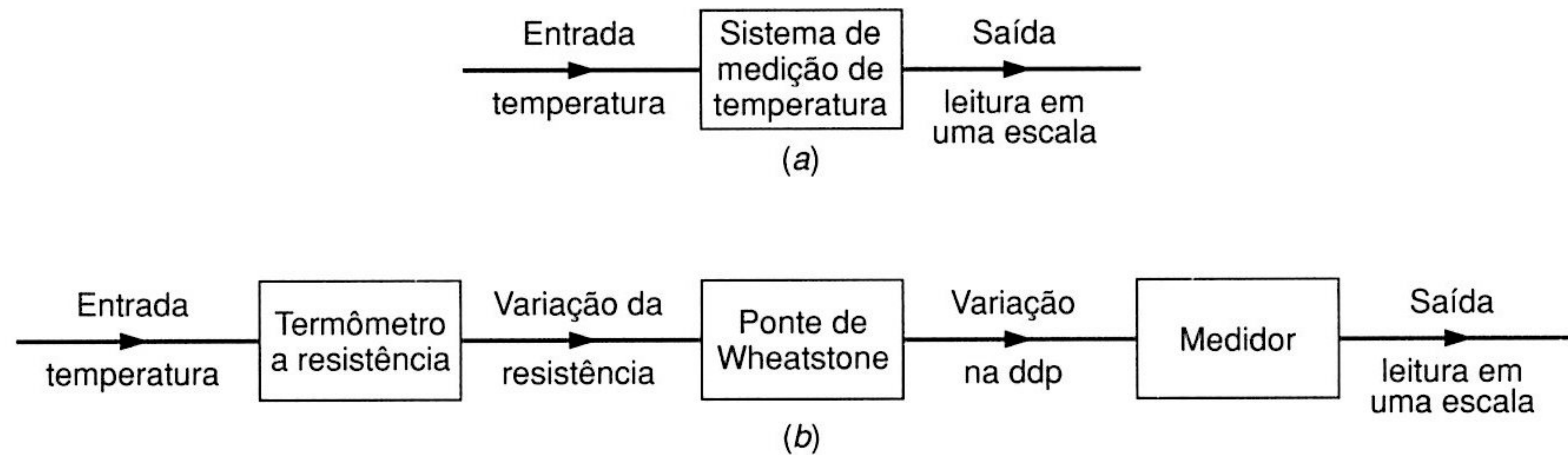
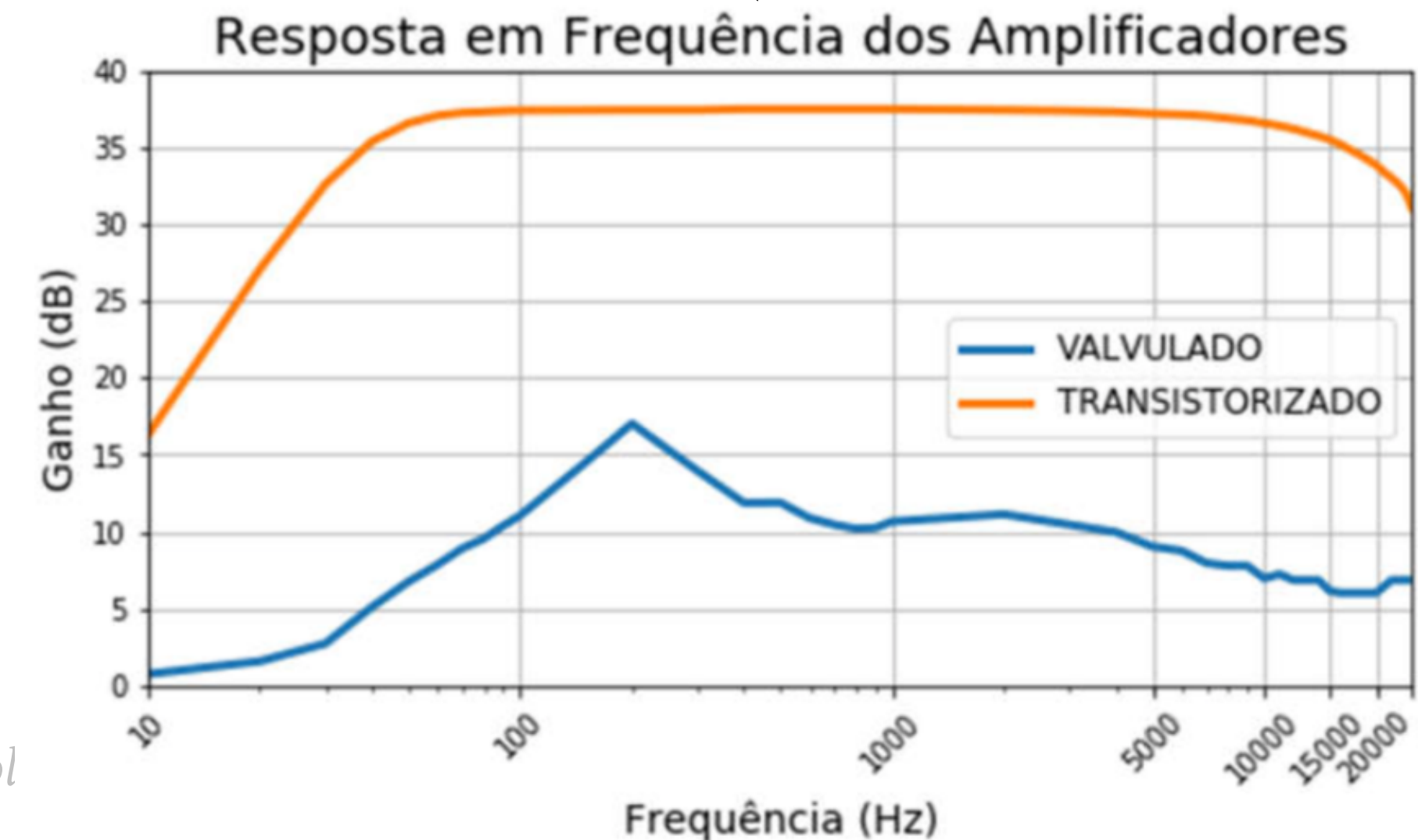
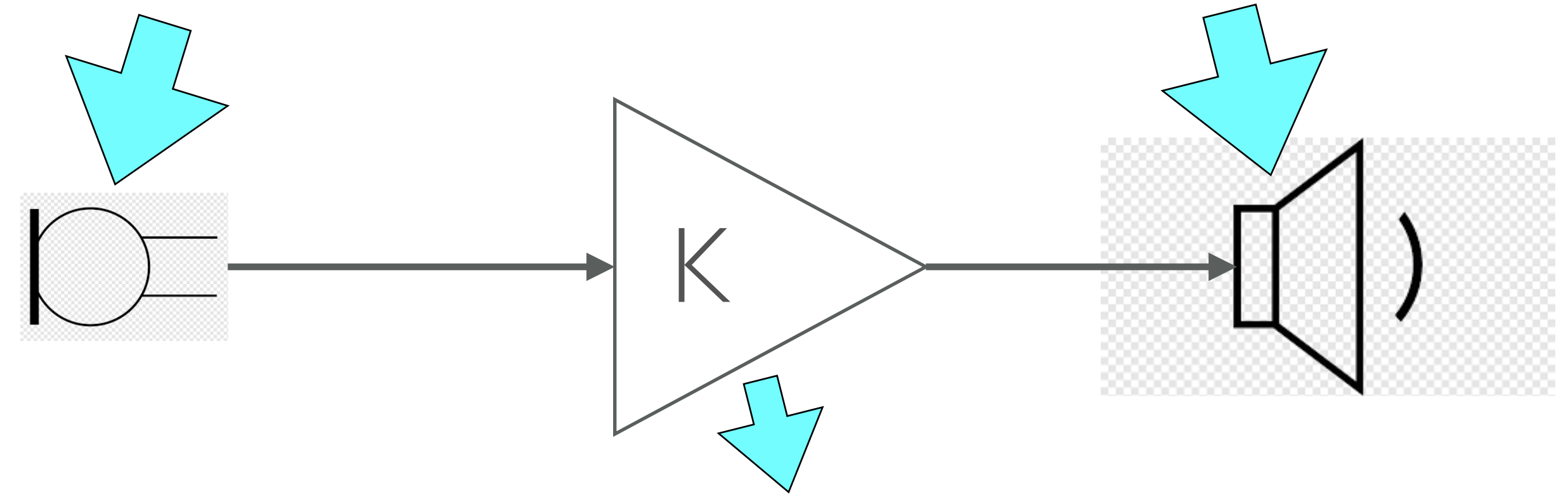
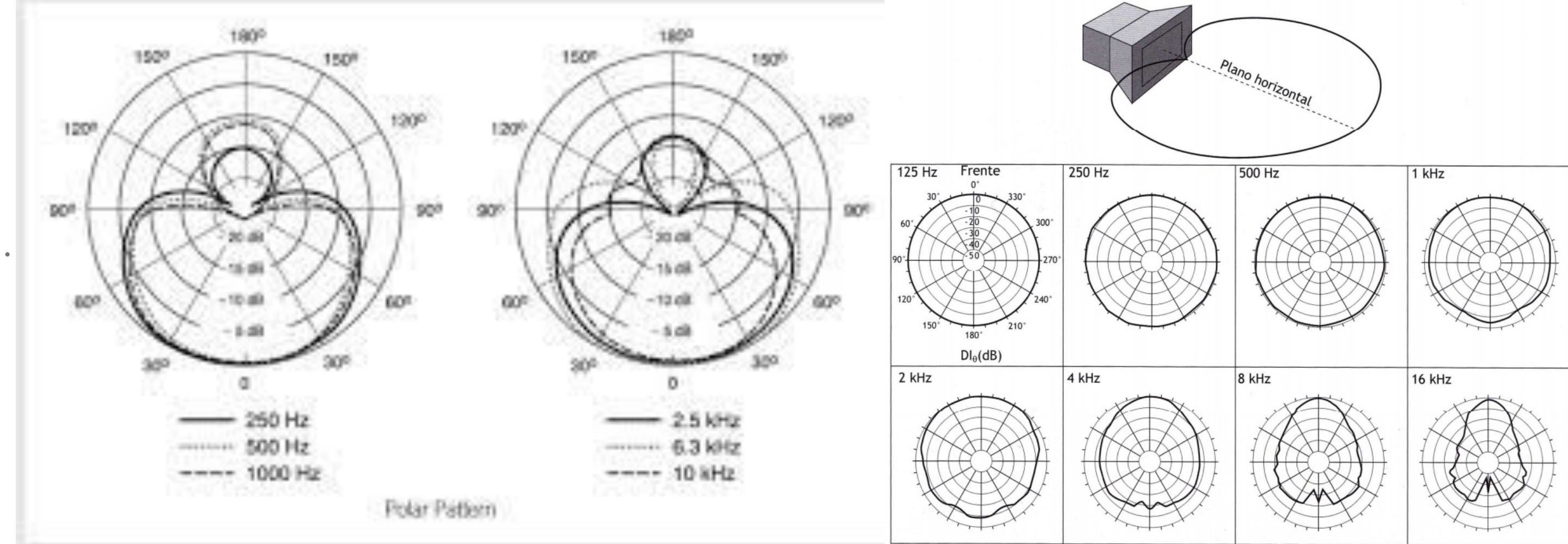


Figura 1.3 Um sistema de medição de temperatura.

- Em algumas situações, é conveniente dividir o sistema em vários subsistemas acoplados.
- Ex. Sistema de medição de temperatura (figura).
Ele consiste num sensor resistivo ligado a uma ponte de Wheatstone com saída mostrada num medidor (bobina de ferro móvel). O sistema poderia ser resumido à figura (a) ou representado com um pouco mais de detalhes, como mostrado na figura (b).

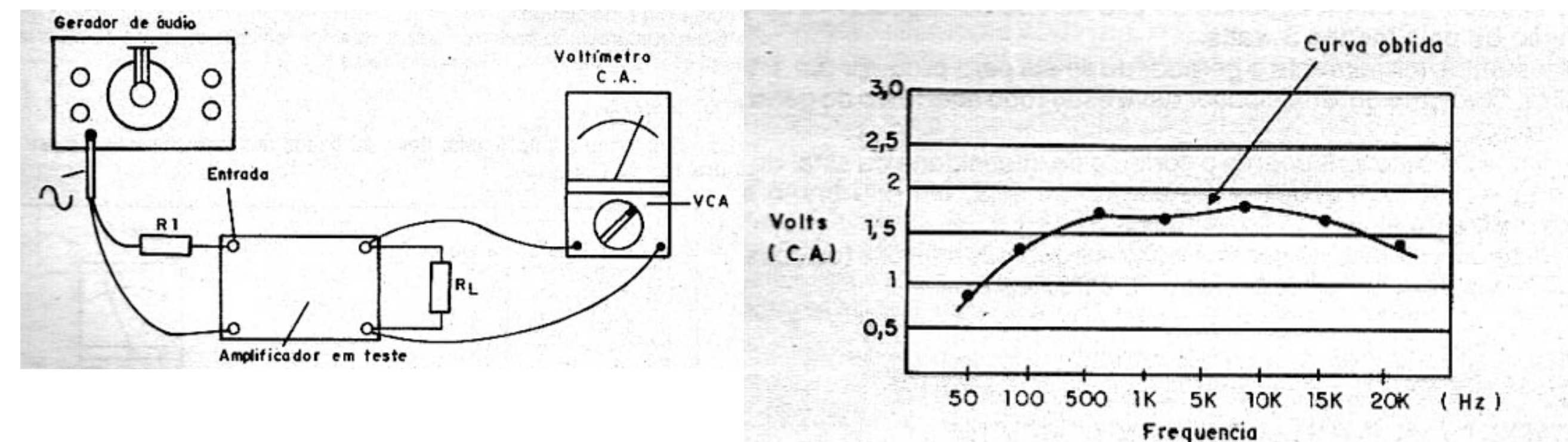
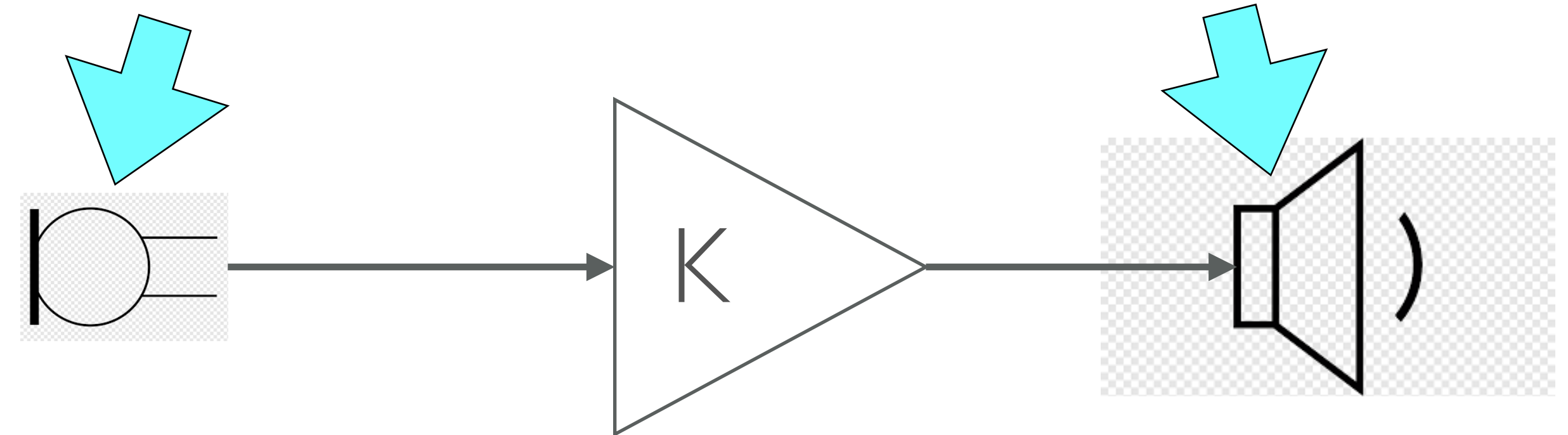
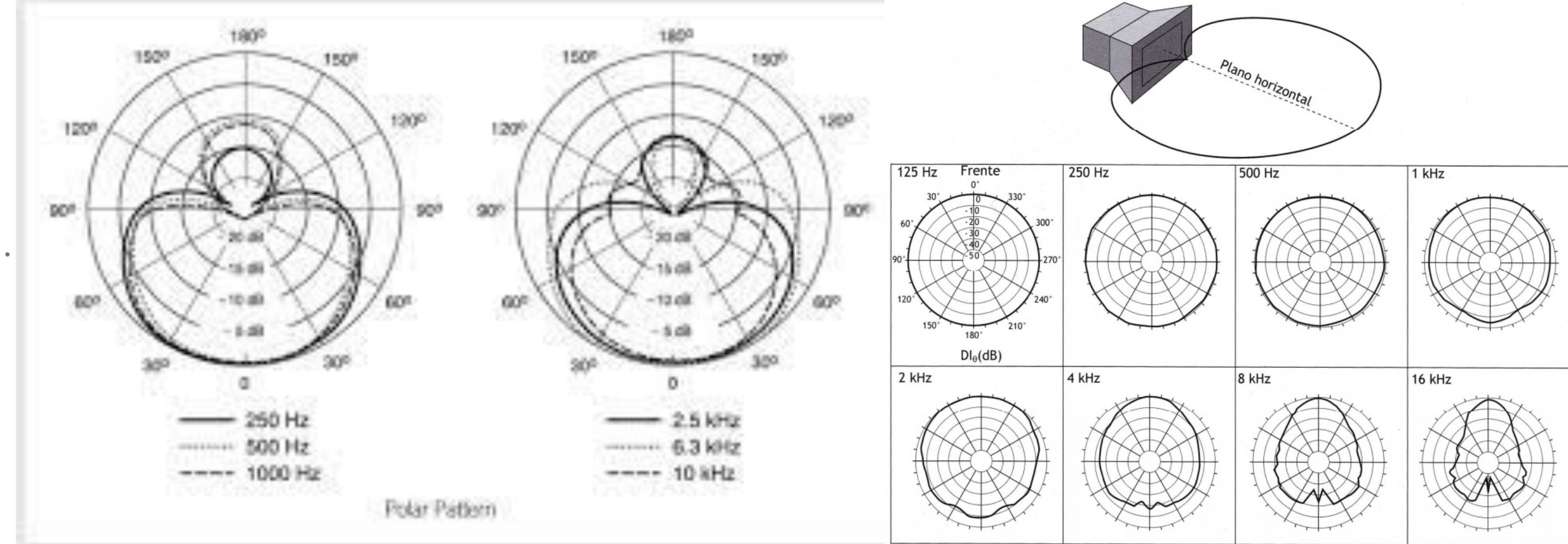
MODELAGEM

- A análise de um modelo permite transferir relações de interesse.
- Um bloco com linhas e setas para indicar o sentido da entrada e da saída é um modelo para um sistema.
- As relações transferidas do sistema real para o modelo são as relações entrada/saída.
- Podemos usar um “kit” básico para construir uma série de sistemas. Seus blocos são subsistemas ou elementos de sistemas com características próprias de entrada/saída. Por exemplo, um amplificador de áudio poderia ser representado como um subsistema que recebe o sinal de voz (microfone), outro bloco que amplifica este sinal e outro bloco que transforma este sinal elétrico em ondas sonoras.



MODELAGEM

- A análise de um modelo permite transferir relações de interesse.
- Um bloco com linhas e setas para indicar o sentido da entrada e da saída é um modelo para um sistema.
- As relações transferidas do sistema real para o modelo são as relações entrada/saída.
- Podemos usar um “kit” básico para construir uma série de sistemas. Seus blocos são subsistemas ou elementos de sistemas com características próprias de entrada/saída. Por exemplo, um amplificador de áudio poderia ser representado como um subsistema que recebe o sinal de voz (microfone), outro bloco que amplifica este sinal e outro bloco que transforma este sinal elétrico em ondas sonoras.

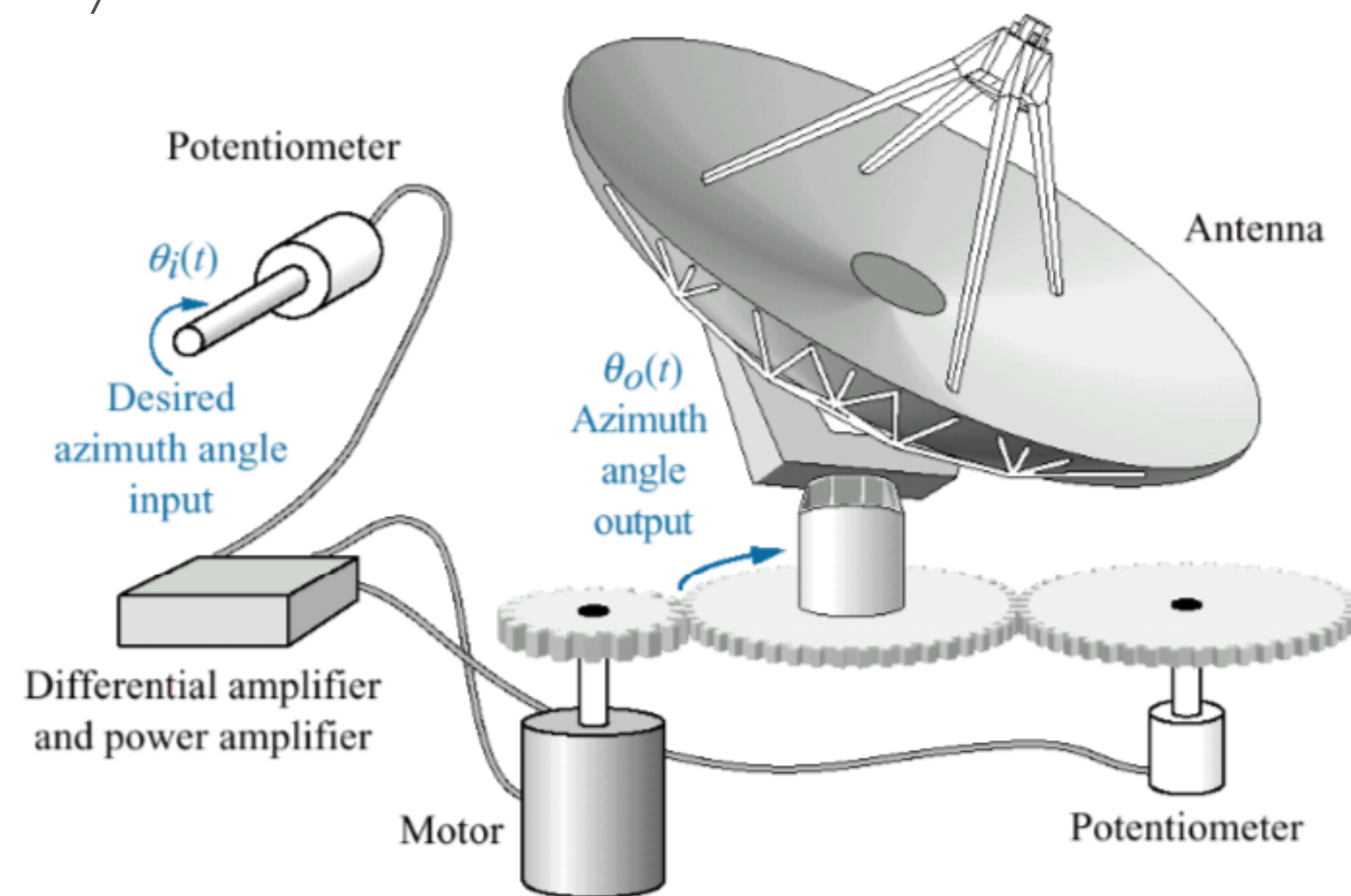


Levantando a curva de resposta de um Amplificador (INS087)
<https://www.newtoncbraga.com.br/index.php/usando-os-instrumentos/2126-ins087.html> (acessado Mar/2022)

EXEMPLO DE MODELAGEM

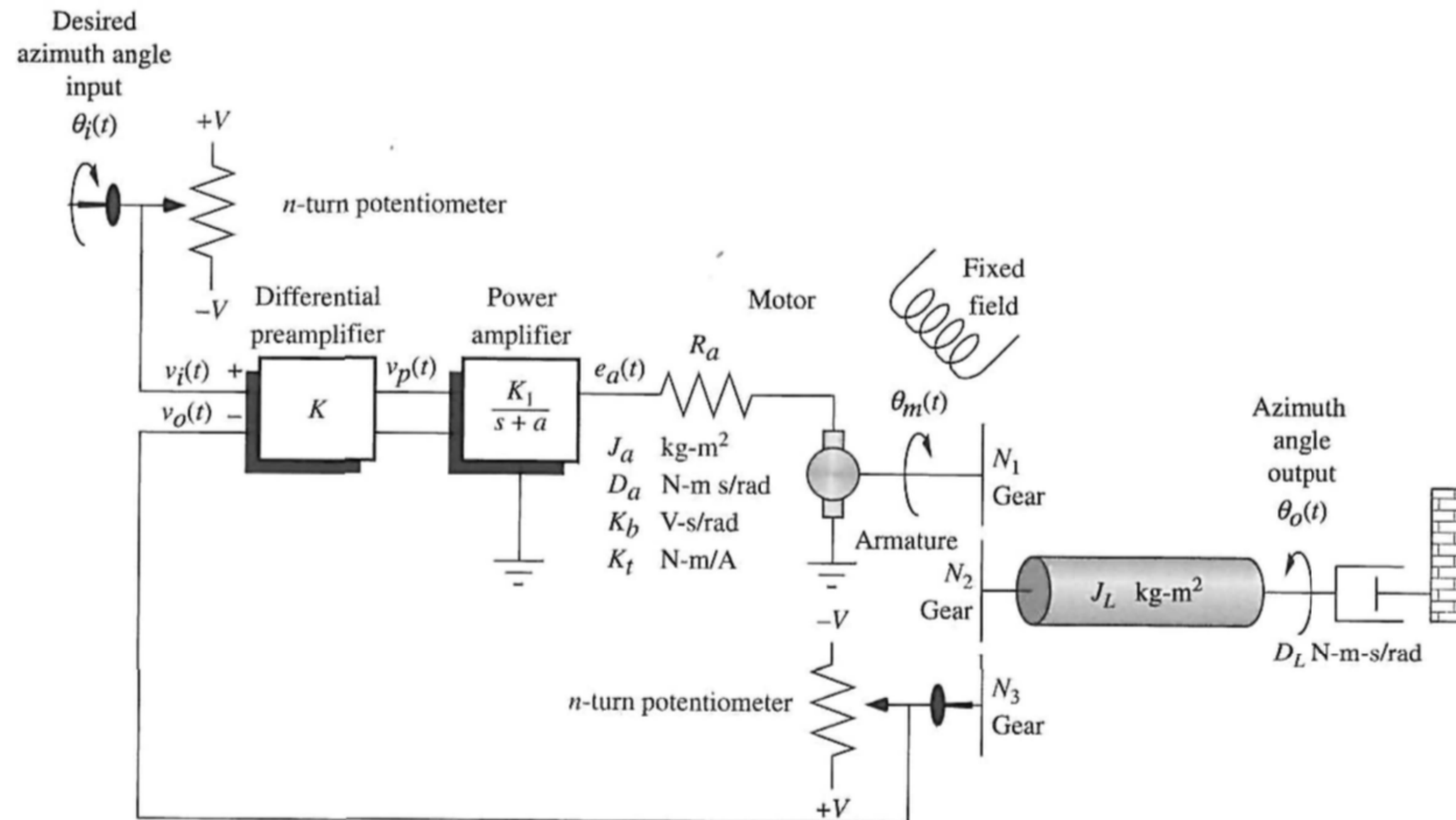
► Sistema de controle de azimuth de uma antena:

Layout:



©2000, John Wiley & Sons, Inc.
Nise/Control Systems Engineering, 3/e

Esquema:



EXEMPLO DE MODELAGEM

► Sistema de controle de azi

Layout:

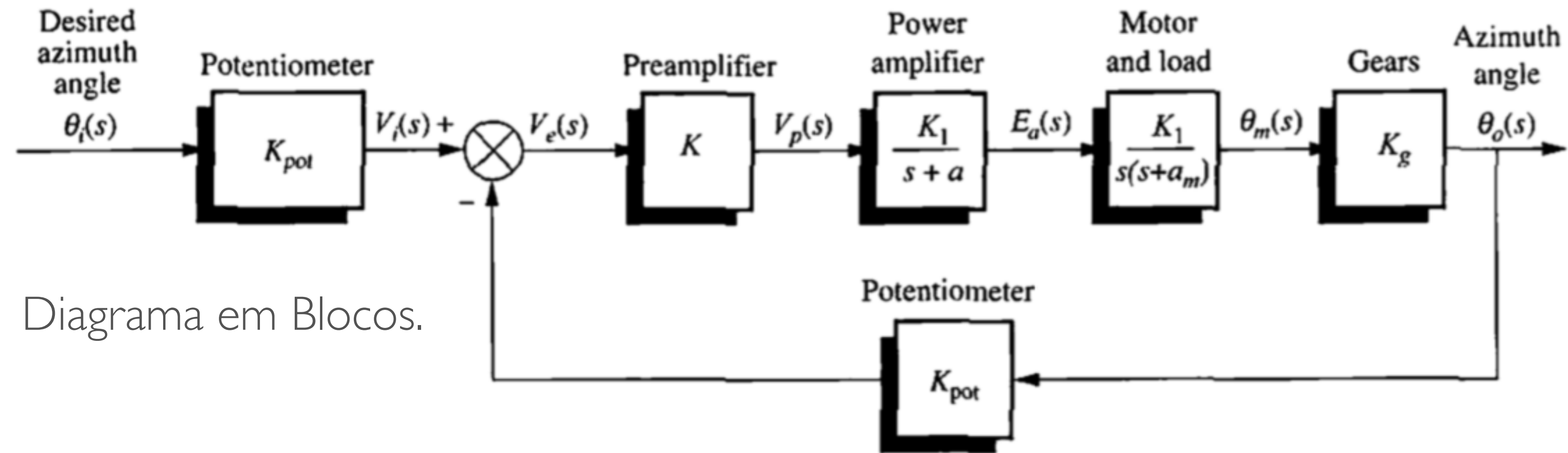
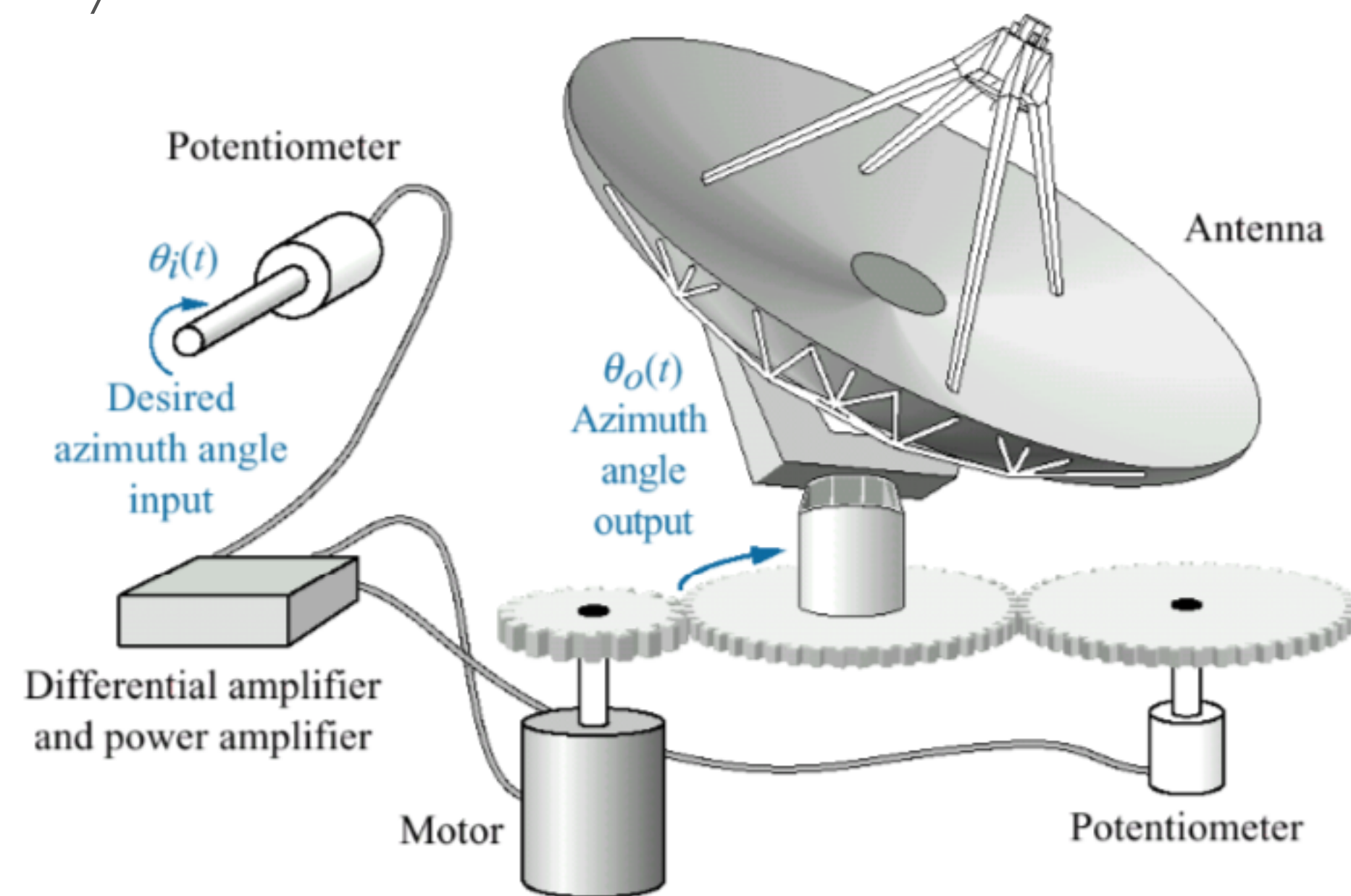
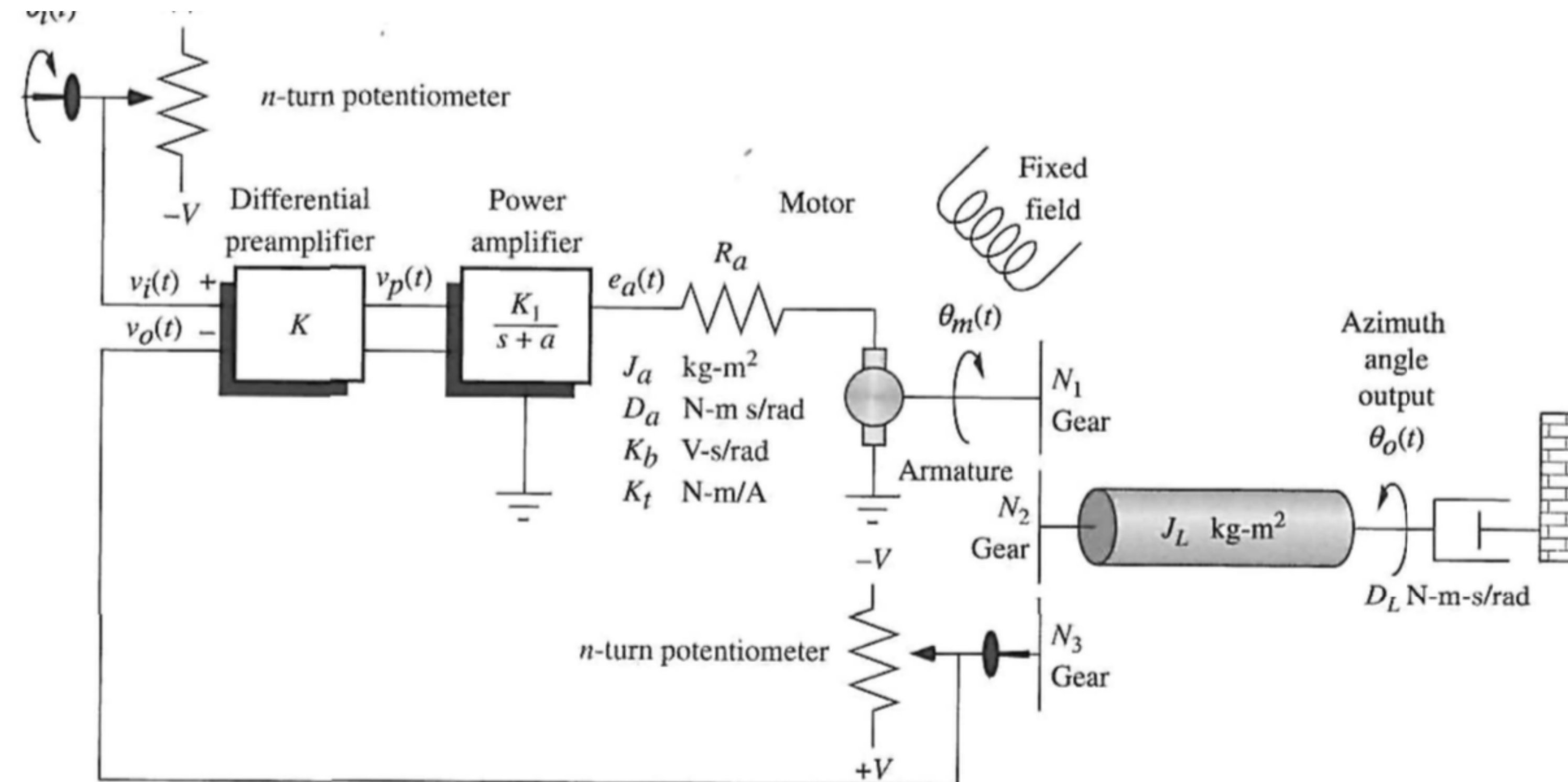


Diagrama em Blocos.



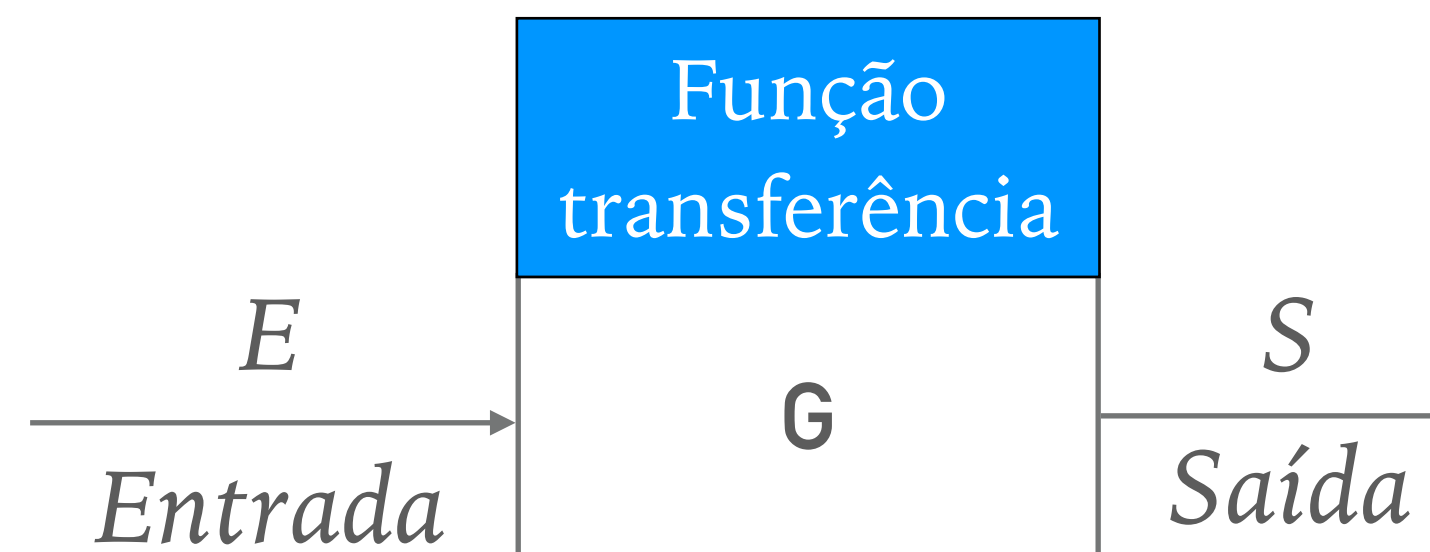
MODELOS MATEMÁTICOS DE SISTEMAS

Objetivo: Entender comportamento de um sistema

Definição:

Um modelo matemático de um sistema é uma réplica das relações entre a(s) entrada(s) e a(s) saída(s), descritas em expressões matemáticas.

$$\text{Função transferência, } G = \frac{S \text{ (Saída)}}{E \text{ (Entrada)}}$$



MODELOS MATEMÁTICOS DE SISTEMAS

Exemplo 1: Suponha um motor, a entrada do motor é uma tensão de V e a saída é a rotação ω do motor. Se sua função de transferência é: 500 RPM/Volts, qual será a velocidade de saída (em regime permanente) para este motor, quando a entrada é de 12 Volts?

Nota: Para muitos sistemas, existe uma **relação linear** razoável entre a entrada e a saída, ou seja, a saída é proporcional à entrada. Assim, se a entrada dobra, a saída também dobra, isto é, se a entrada é multiplicada por uma constante, a saída é multiplicada pela mesma constante.

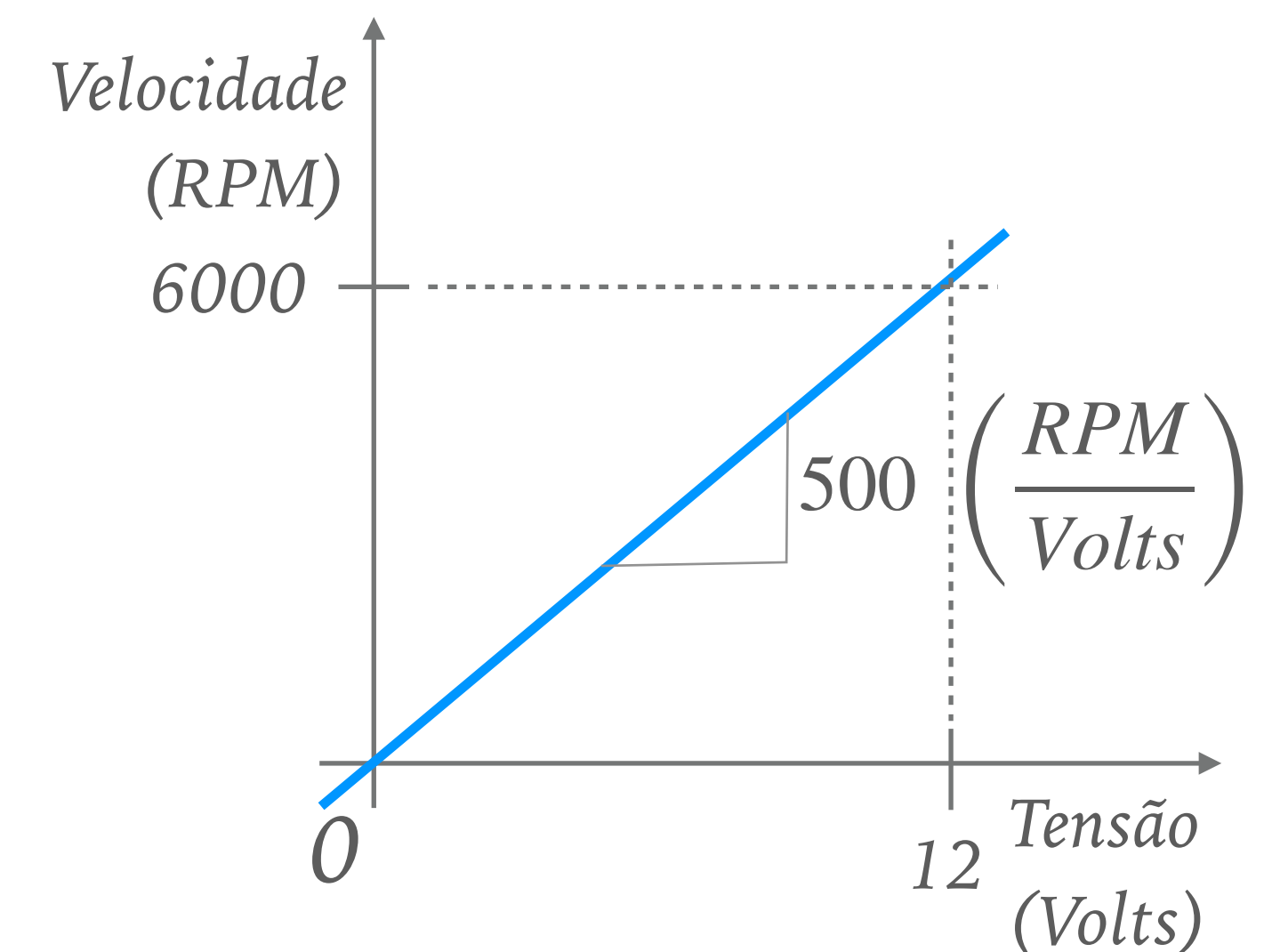
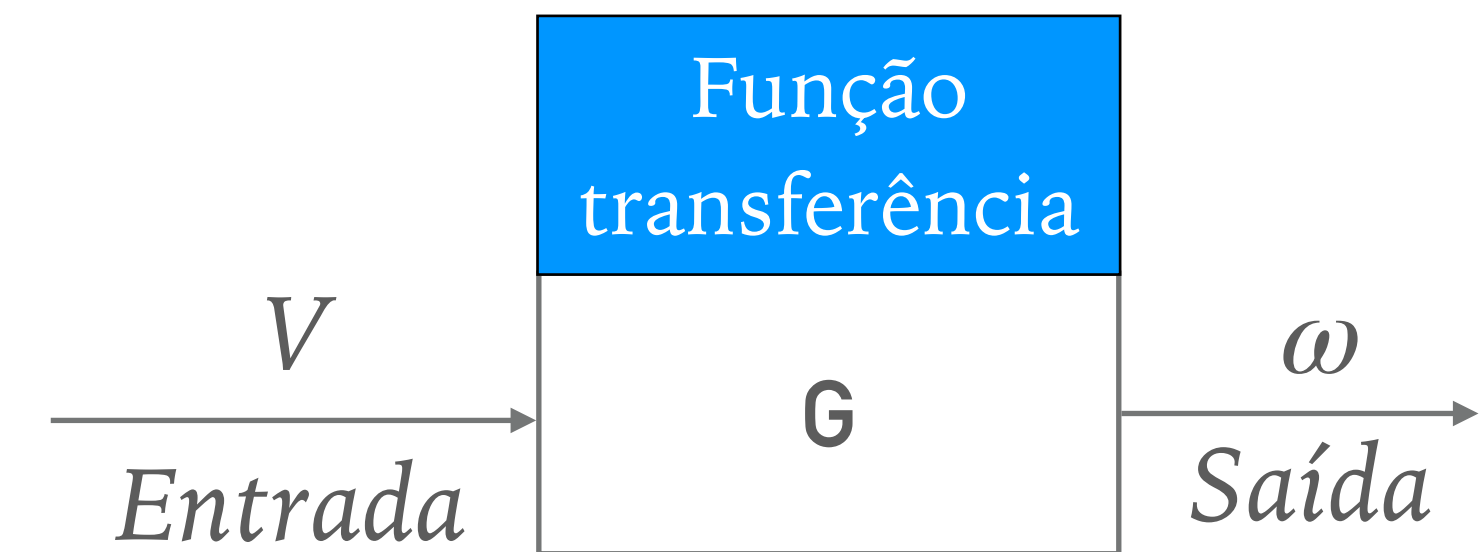
No caso do motor, se existe uma relação linear entre a saída (ω) e entrada (V), seu modelo matemático seria:

$$G = \frac{\omega}{V}$$

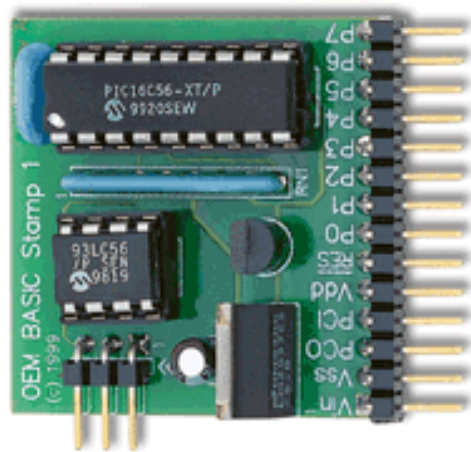
Solução:

$$\omega = G \cdot V$$

$$\omega = 500 \left(\frac{RPM}{Volts} \right) \cdot 12 (Volts) = 6.000 (RPM)$$



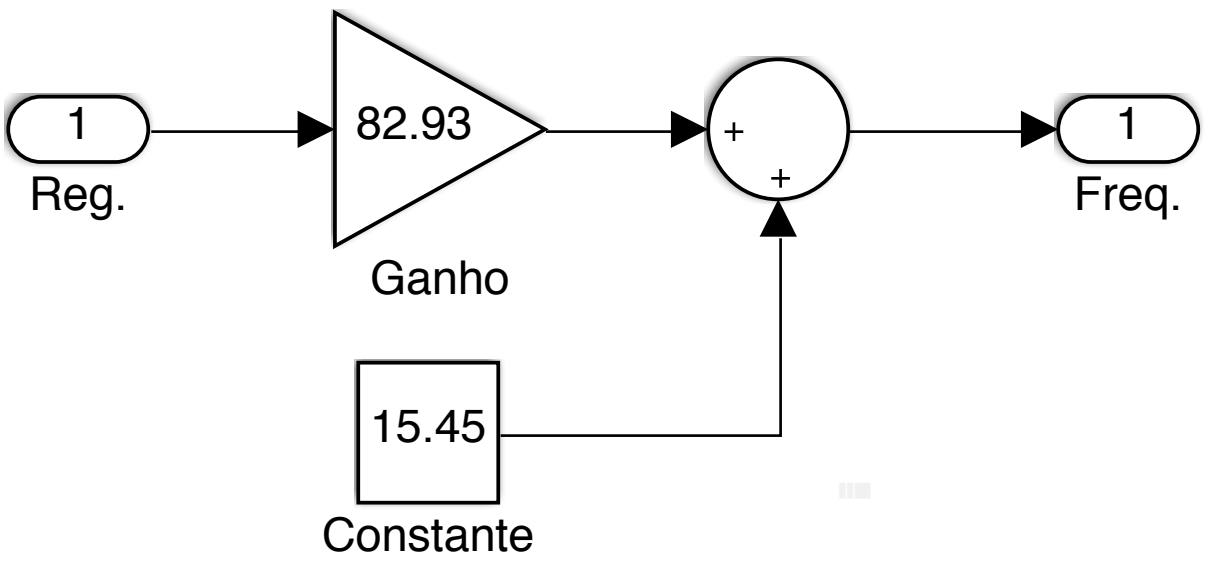
MODELOS MATEMÁTICOS DE SISTEMAS



Exemplo2: Seja uma saída de áudio de uma placa micro-controlada. Através de medições em laboratório se percebeu que quando se programa certo registrador com o número 1, é gerada uma onda quadrada na frequência de 98,4 Hz e quando este registrador assume o valor 127, a frequência de saída muda para 10.550 Hz. Levante uma função transferência que relacione a frequência gerada $\times$ valor do registrador, e determine que valor deveria ser programado neste registrador para gerar uma saída em 440 Hz? Na prática se deseja usar um comando como:

```
sound (valor_registrador, duração).
```

Solução:



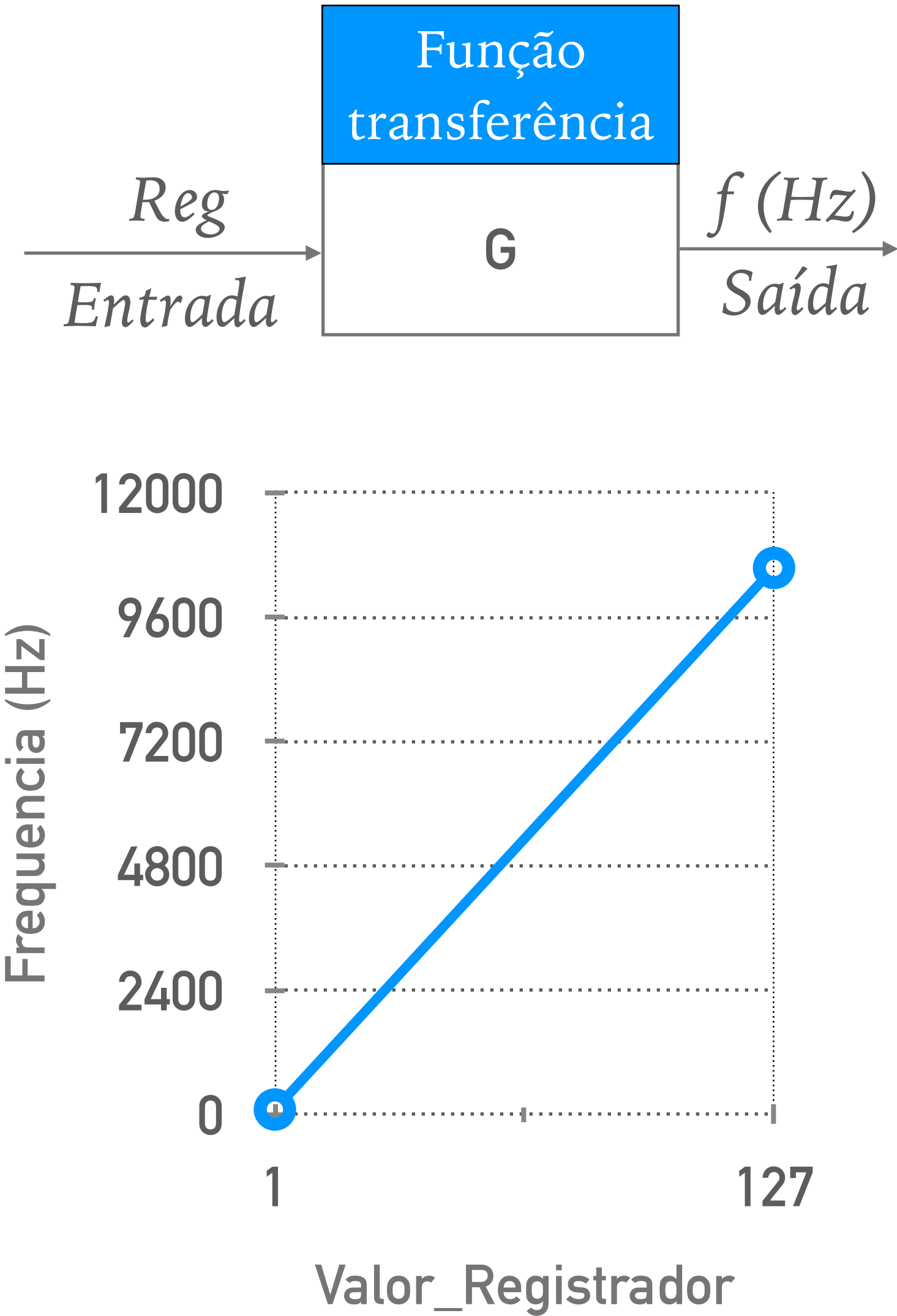
A função transferência aqui é linear, isto é, se faz necessário levantar a equação da reta para este problema:

Equação da reta: $y = ax + b$
Montando um sistema de equações:

$$\begin{aligned} (1) \quad 10500 &= 127a + b \\ (2) \quad 98,4 &= 1a + b \end{aligned}$$

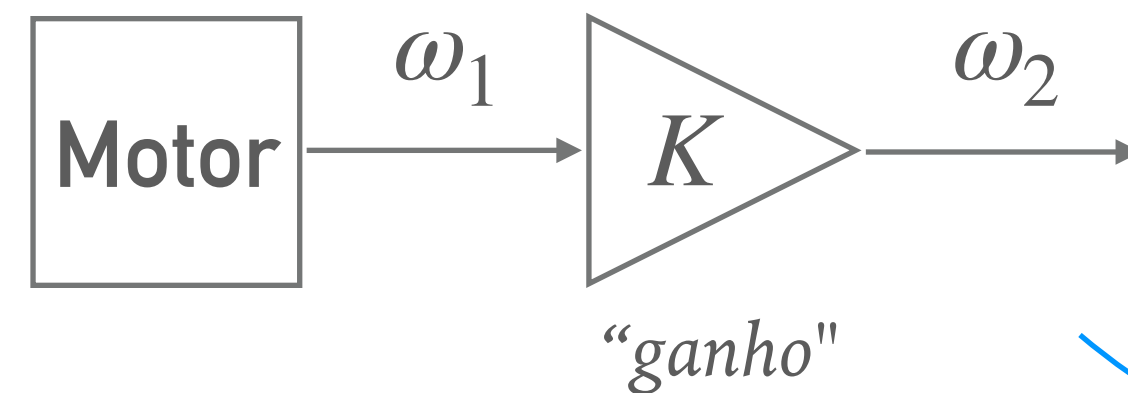
Resolvendo:
Fazendo: (1) – (2), teremos:
 $127a + b = 10550$
 $-a - b = -98,4$
 $(127 - 1)a = 10550 - 98,4$
 $a = (10550 - 98,4)/126 = 82,9492$
Então:
 $82,9492 \cdot 1 + b = 98,4$
 $b = 98,4 - 82,9492 = 15,4508$

E assim, têm-se a função transferência:
 $Freq = 82,9492 \cdot Reg + 15,4508$
Finalmente:
 $440 = 82,9492 \cdot Reg + 15,4508$
 $Reg = \frac{440 - 15,4508}{82,9492}$
 $Reg = 5,1182.$



EXEMPLOS DE MODELAGENS SIMPLES

► Sistema de engrenagens:



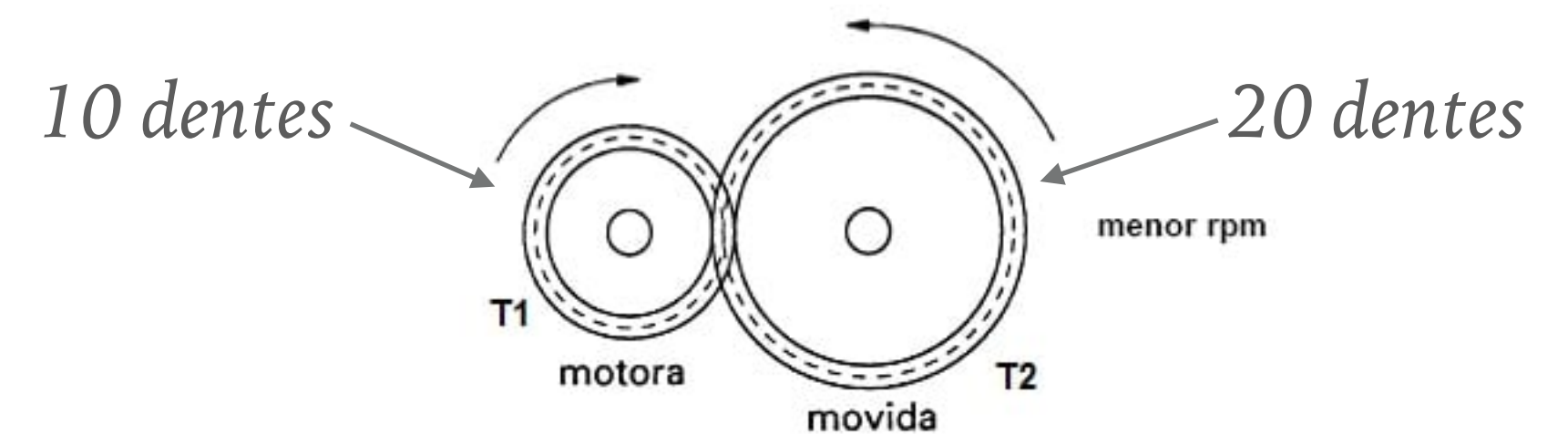
Relação de engrenagens

$$\omega_2 = K \cdot \omega_1$$

$$K = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \therefore \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$K = \frac{n_1}{n_2} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 0,5$$



Relação de transmissão:

10:20, ou

1:2

Relação de Velocidades:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Onde:

ω_1 = velocidade engrenagem 1 (rad/s);

ω_2 = velocidade engrenagem 2 (rad/s);

n_1 = número dentes engrenagem 1;

n_2 = número dentes engrenagem 2.

Relação de Torques:

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Onde:

τ_1 = torque na engrenagem 1 (N · m);

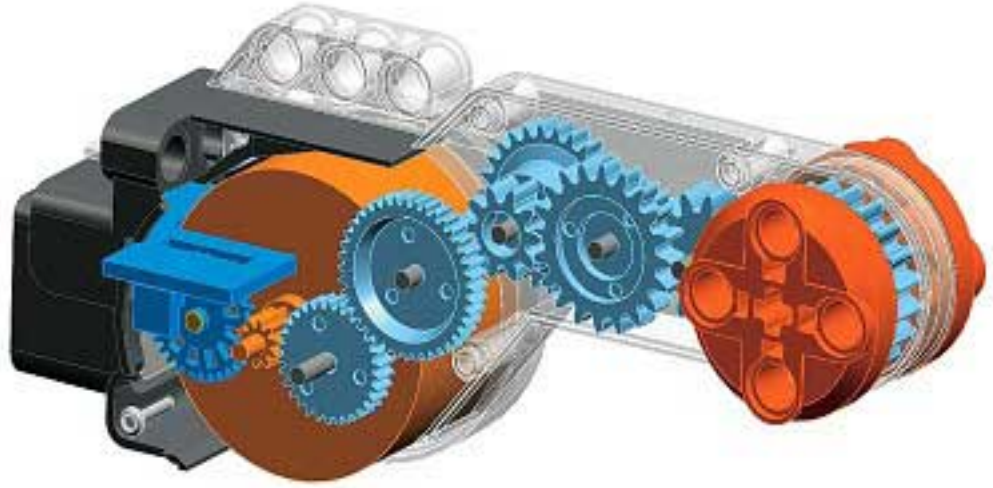
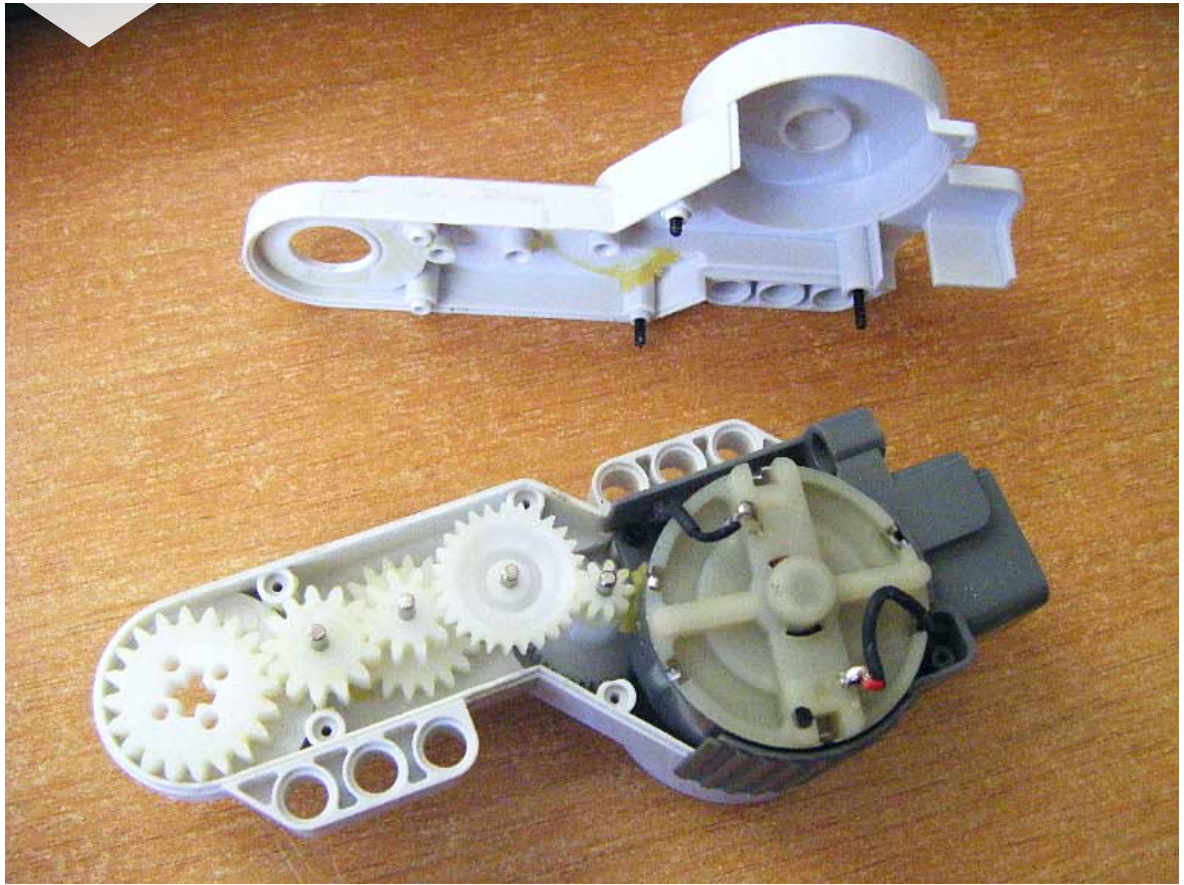
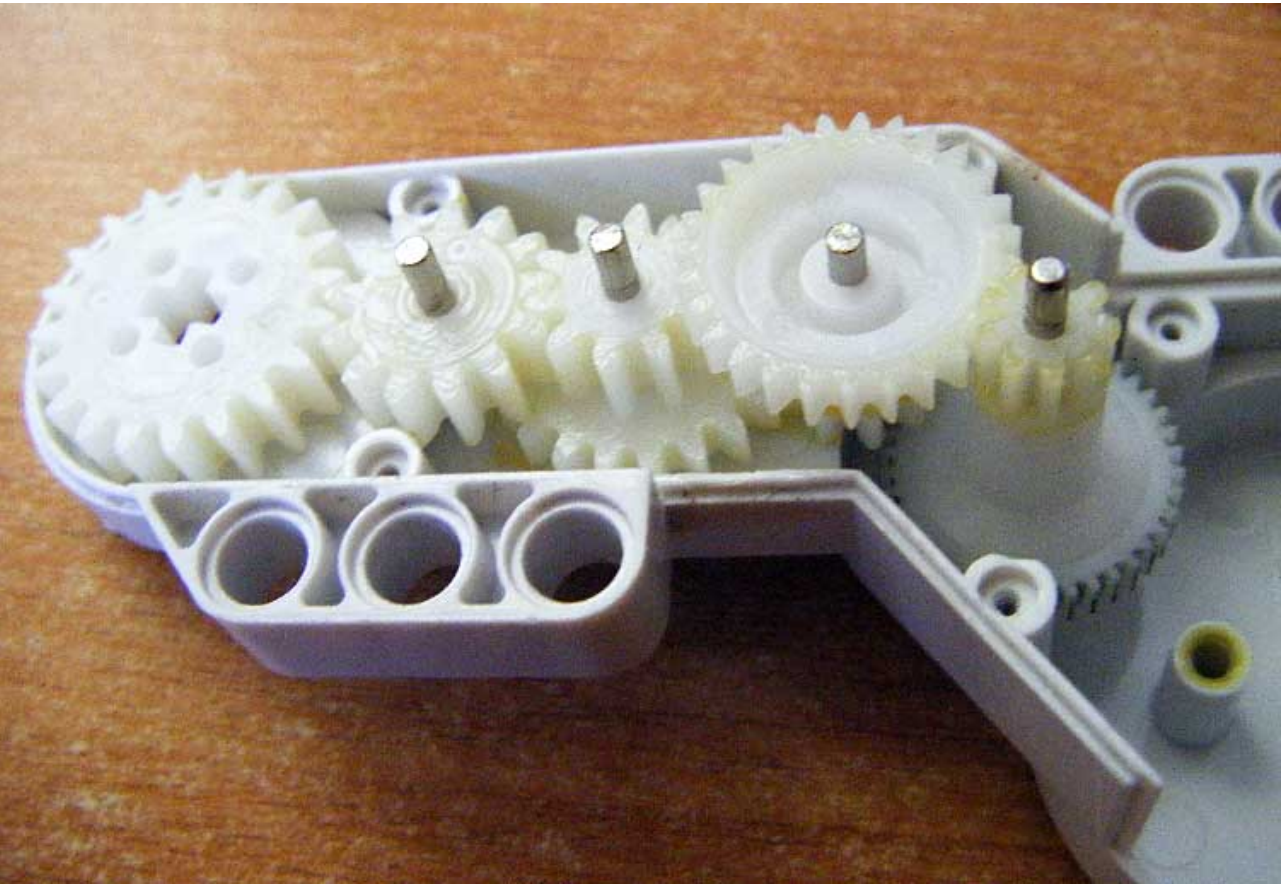
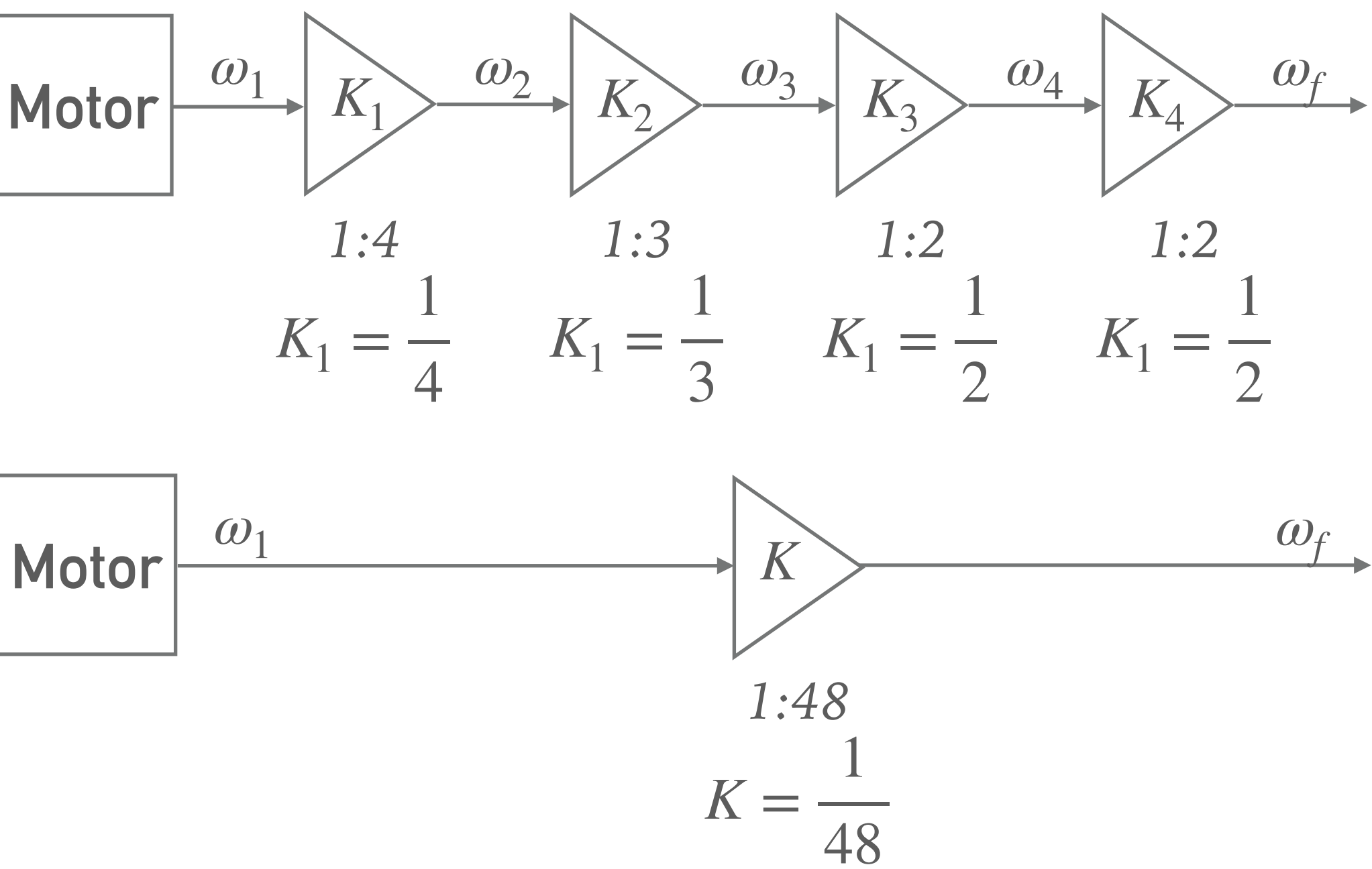
τ_2 = torque na engrenagem 2 (N · m);

n_1 = número dentes engrenagem 1;

n_2 = número dentes engrenagem 2.

EXEMPLOS DE MODELAGENS SIMPLES

➤ Sistema com caixa de redução de engrenagens:



Relações internas:

10:40	= 1:4
9:27	= 1:3
10:20	= 1:2
10:20	= 1:2
Total	= 1:48

Relação de Velocidades:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Onde:

ω_1 = velocidade engrenagem 1 (rad/s);

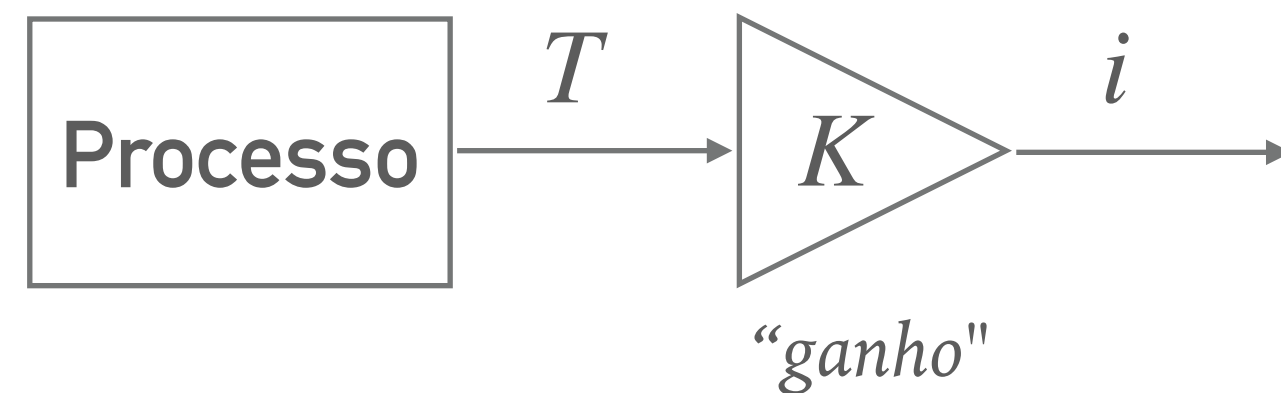
ω_2 = velocidade engrenagem 2 (rad/s);

n_1 = número dentes engrenagem 1;

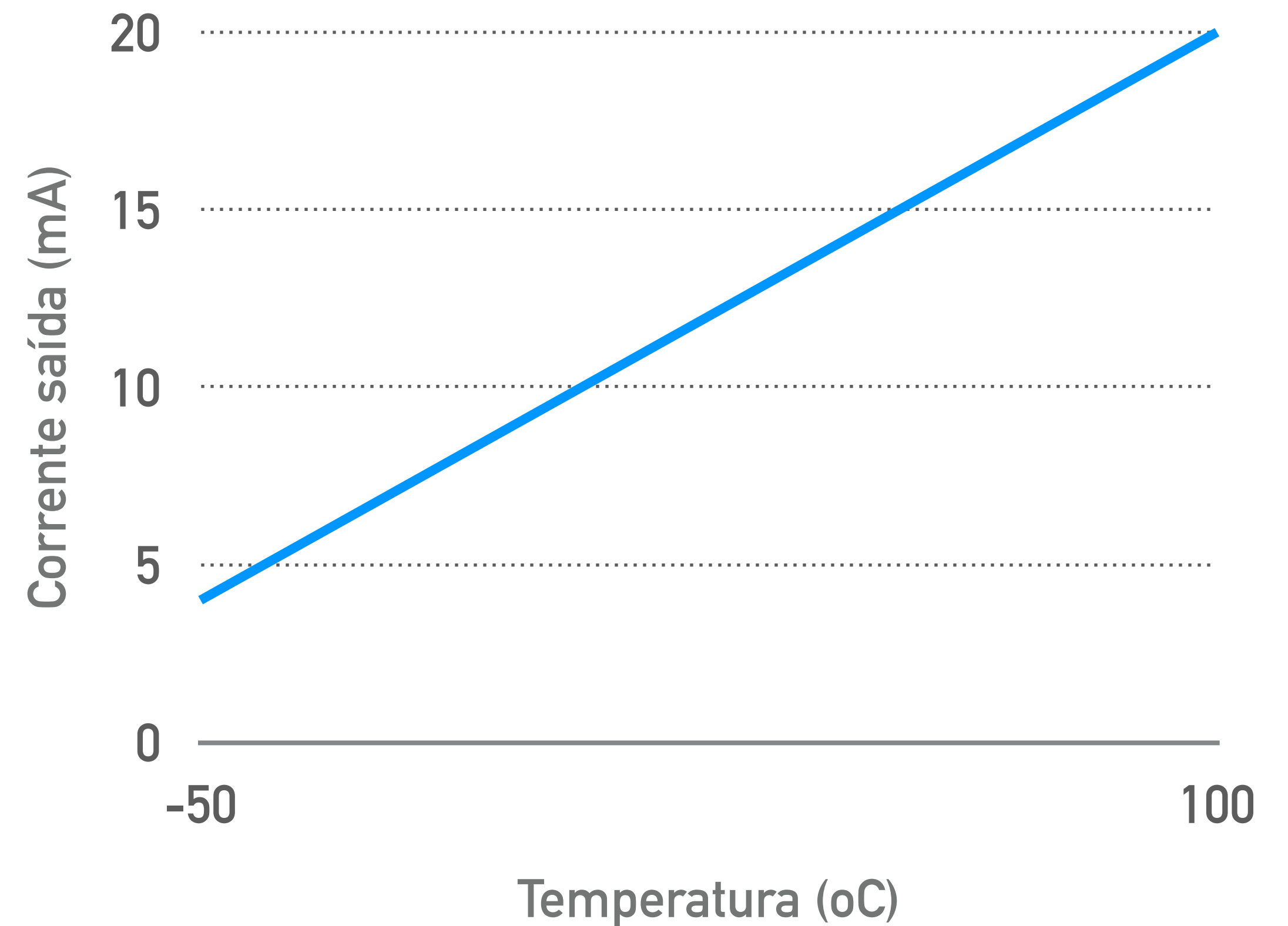
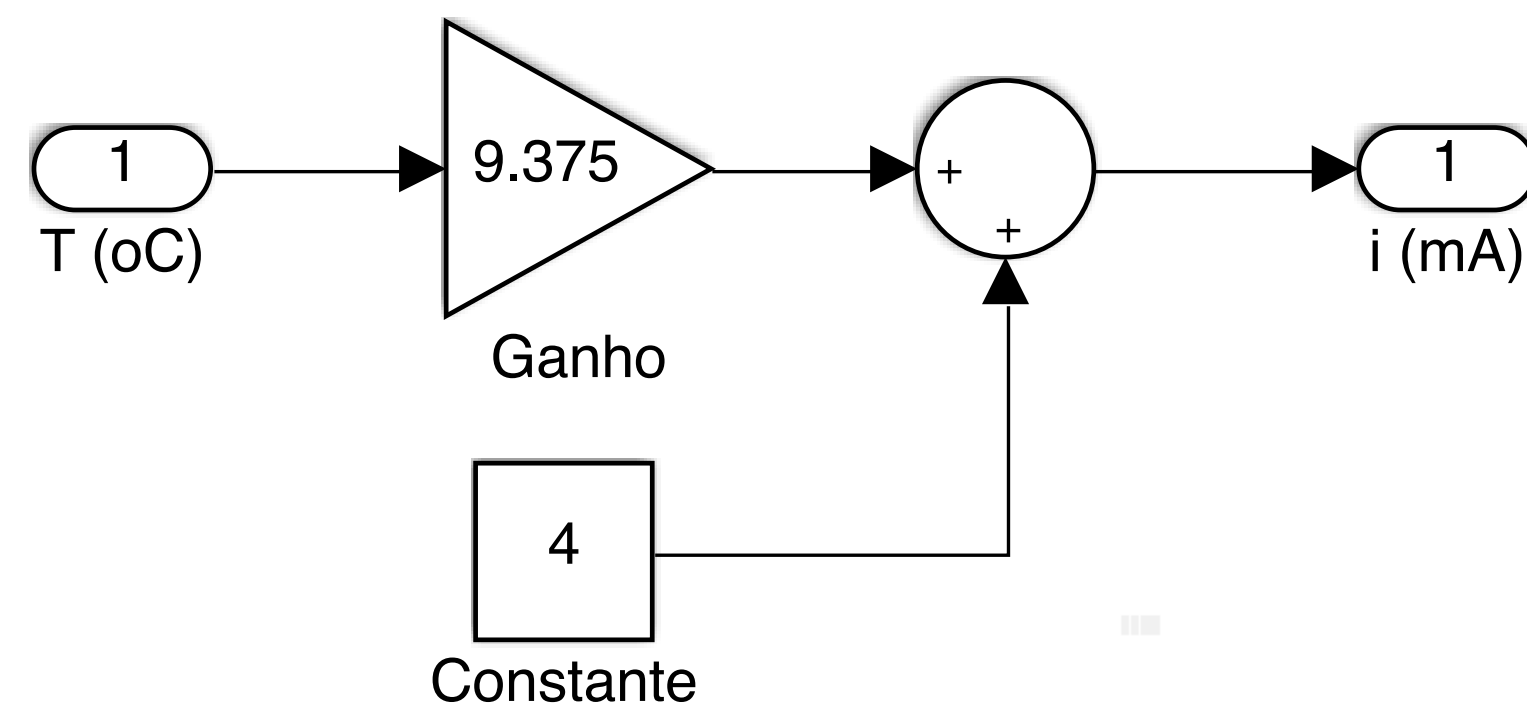
n_2 = número dentes engrenagem 2.

EXEMPLOS DE MODELAGENS SIMPLES

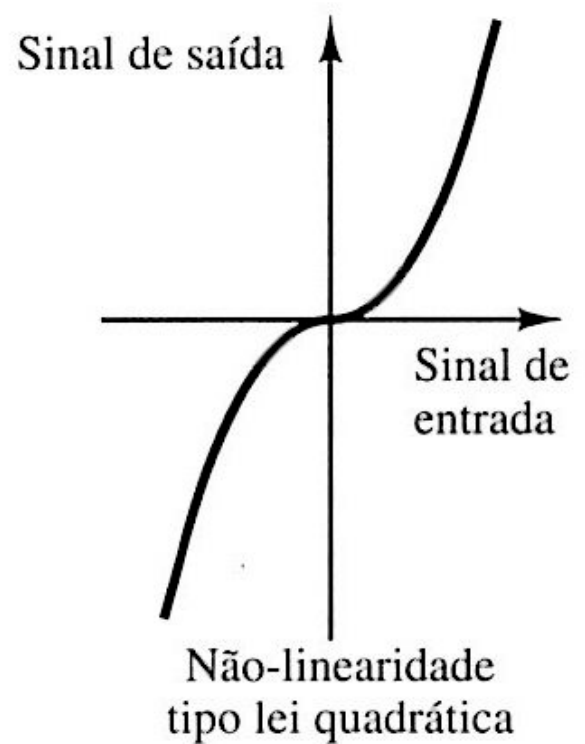
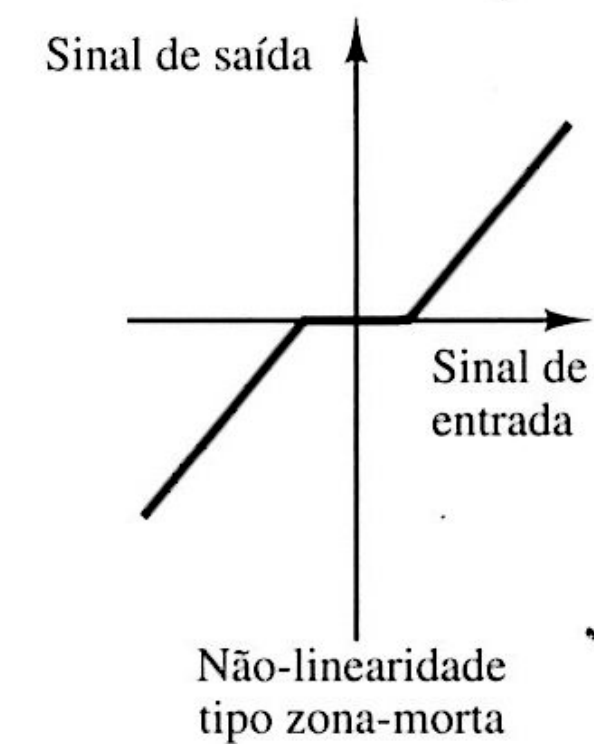
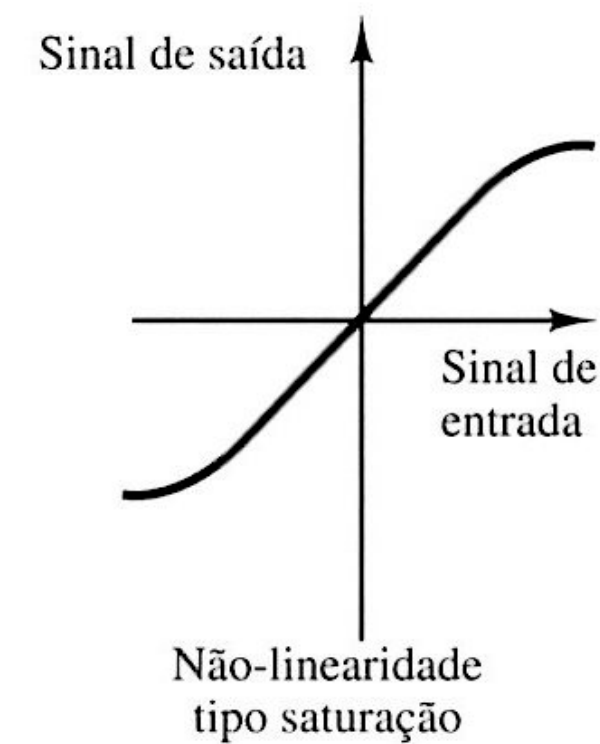
- Sistema sensor de temperatura de -50°C até 100°C , analógico, padrão industrial 4-20 mA:



$$K = \frac{100 - (-50)}{20 - 4} = 9,375$$



SISTEMAS LINEARES E NÃO-LINEARES



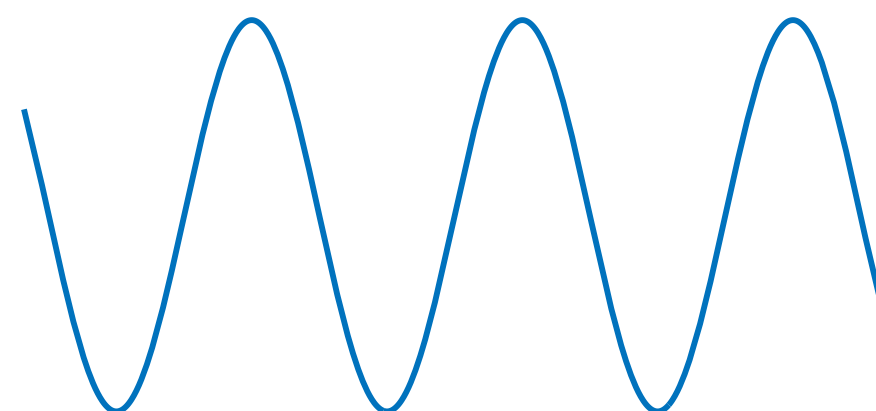
Sistema Linear: é dito linear se sobre ele se aplica o princípio da superposição.

O Princípio da Superposição estabelece que a resposta produzida pela aplicação simultânea de 2 excitações diferentes é igual à soma das 2 repostas individuais a cada uma das excitações. Portanto, para sistemas lineares, a resposta a vias entradas pode ser calculada considerando-se uma única entrada de cada vez e adicionando-se os resultados.

Existem Sistemas Lineares Invariantes no tempo x Sistemas lineares variantes no tempo.

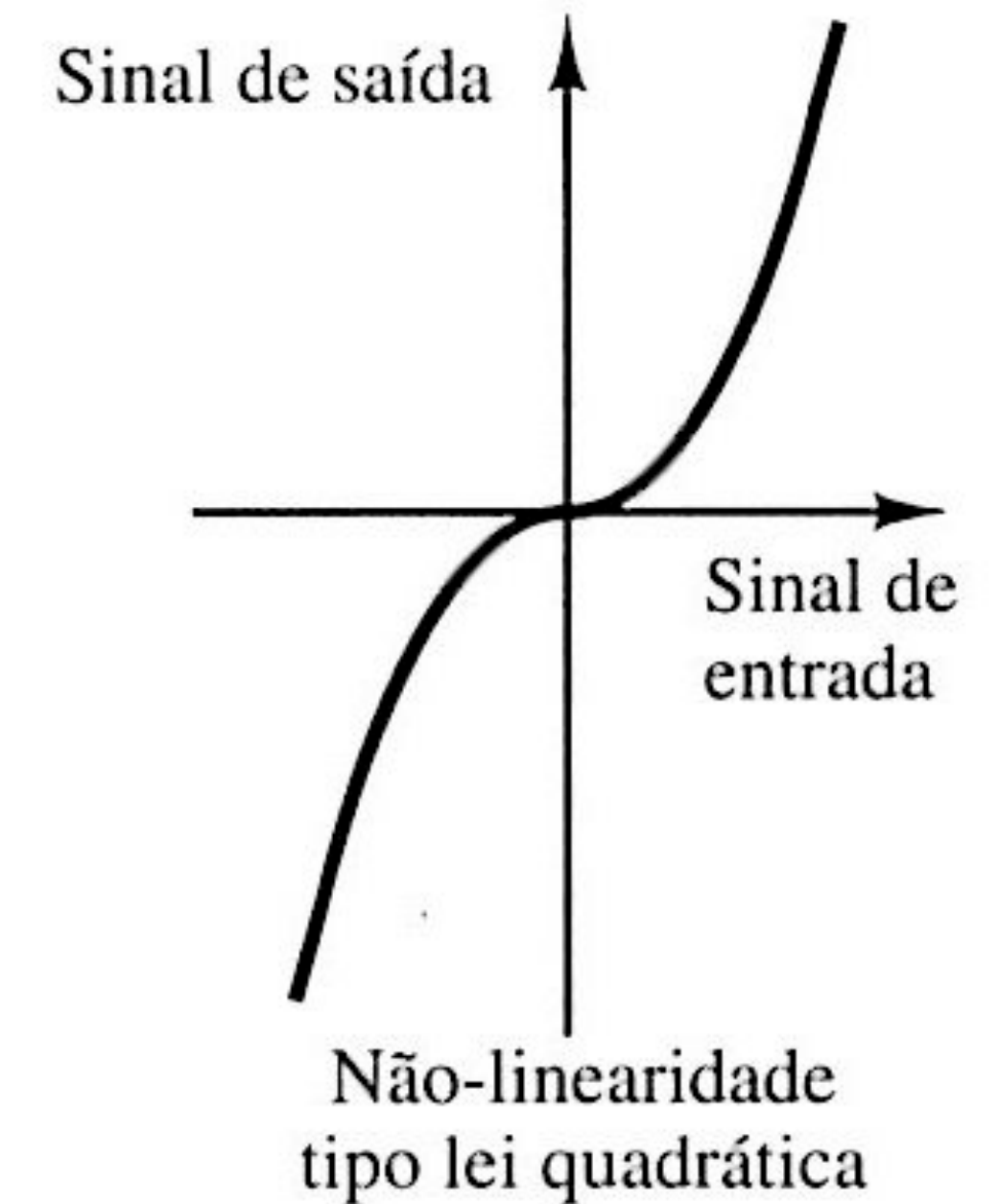
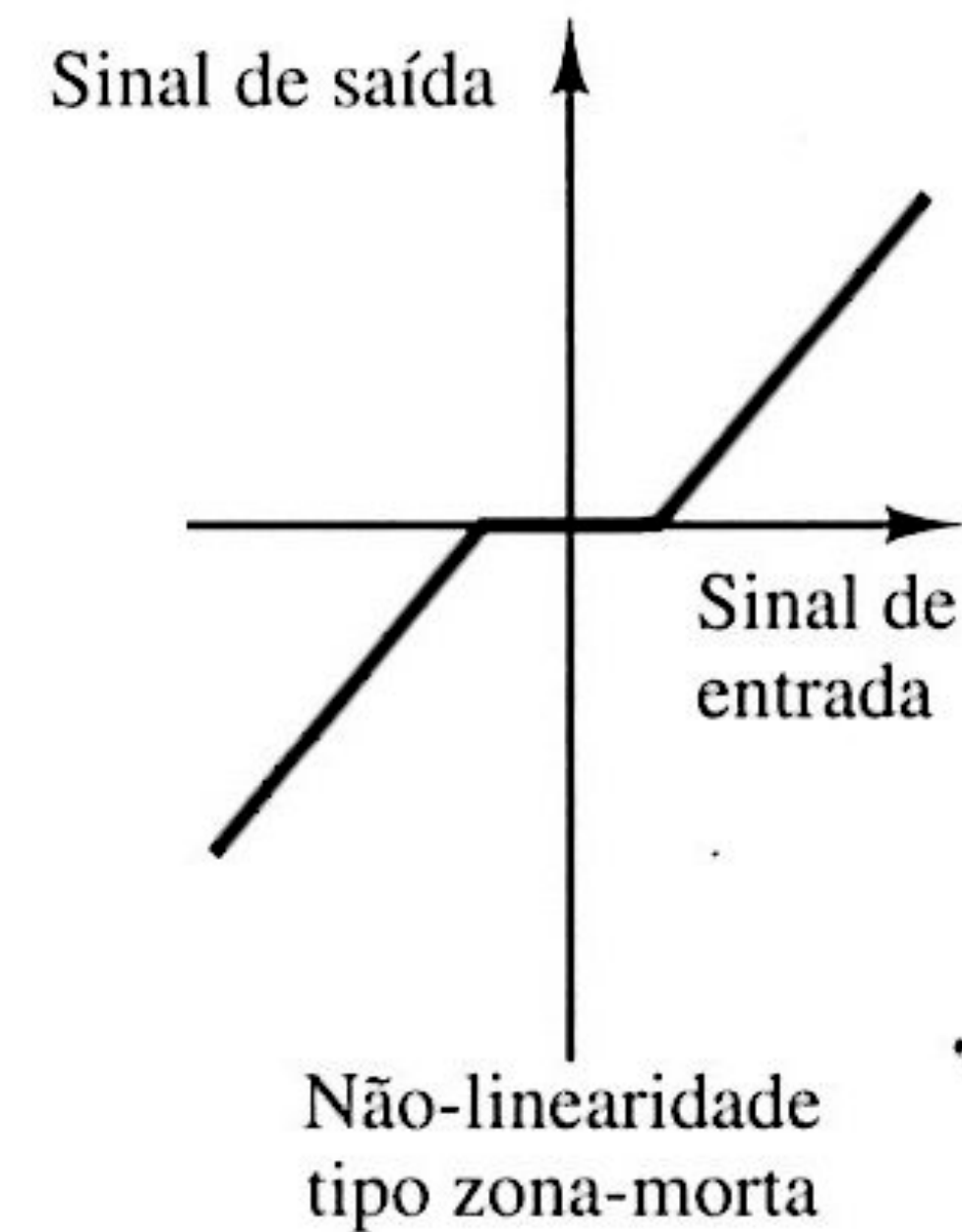
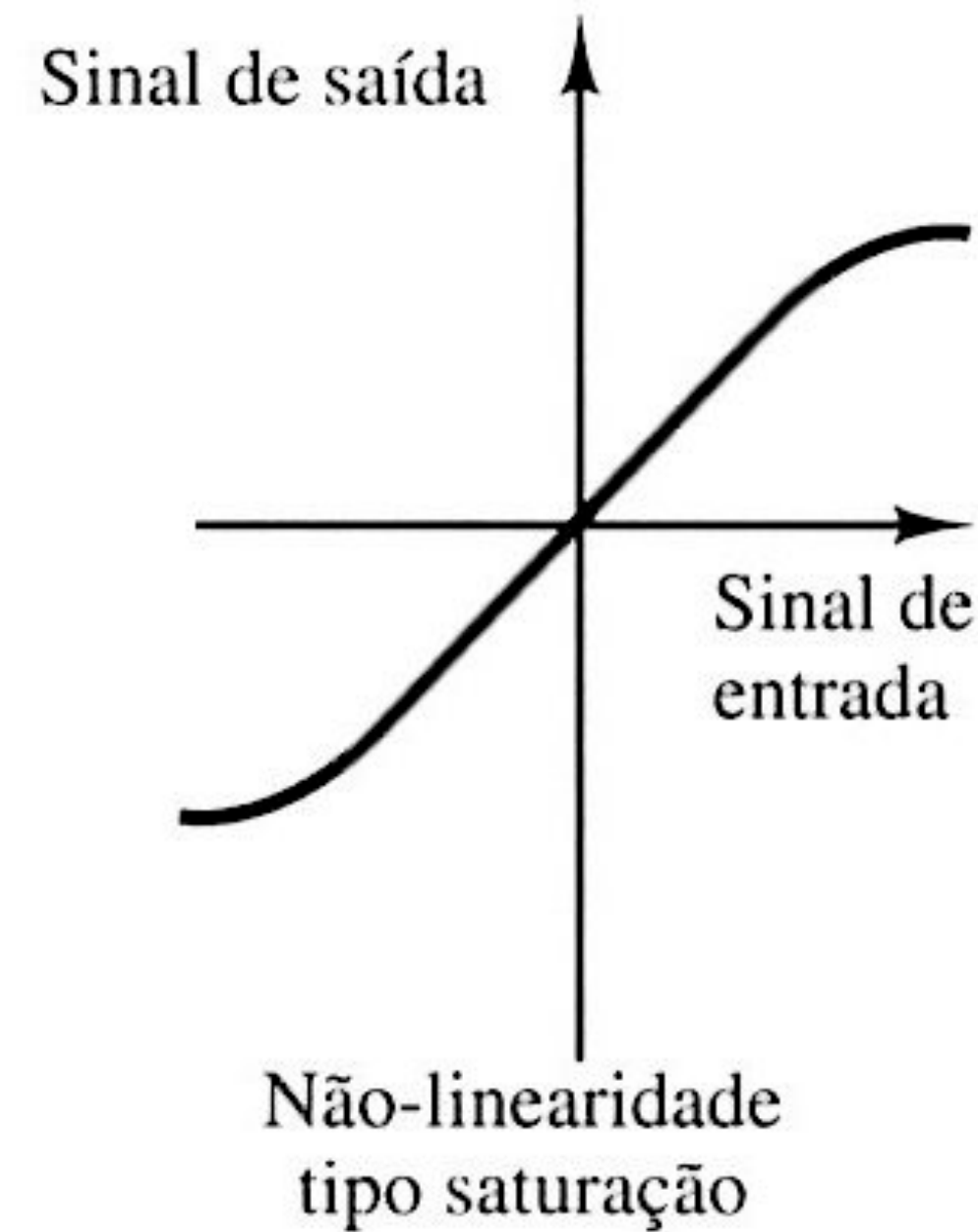
Sistemas não-lineares: se a ele não se aplica o princípio da superposição. Assim, nos sistemas não-lineares, a resposta a 2 entradas não pode ser calculada tratando-se uma entrada de cada vez e somando-se os resultados. Por exemplo:

$$\ddot{x} + \dot{x}^2 + x = A \sin \omega t$$



SISTEMAS NÃO-LINEARES

.....

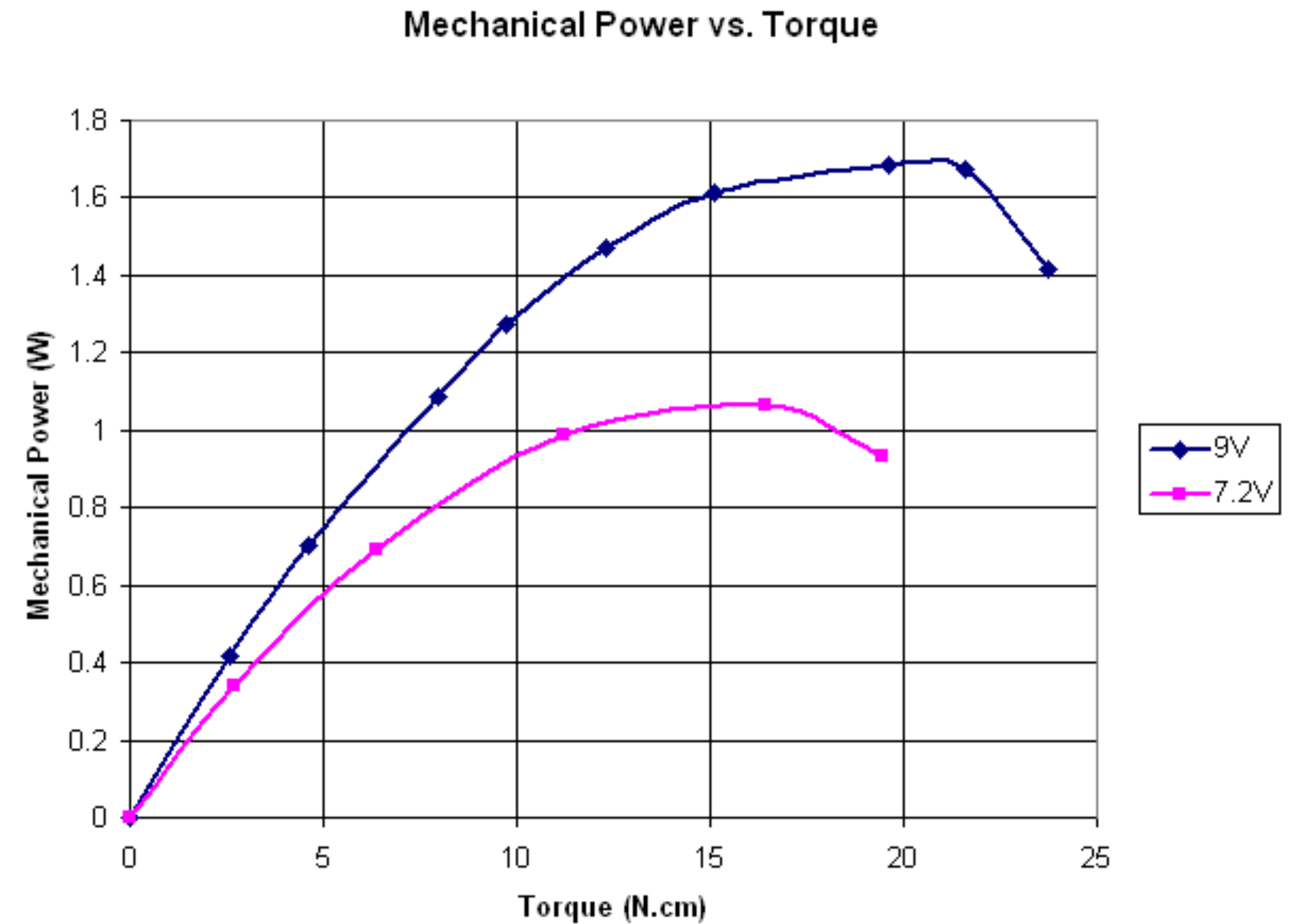


Exemplos:

- Sistemas eletromecânicos, hidráulicos, pneumáticos.
- A saída de um componente pode saturar para sinais elevados na entrada (“saturação”);
- Pode haver uma “zona-morta” no sistema causado por folgas ou desgastes num sistema de engrenagens ou cremalheira; Neste caso, a saída do sistema não varia (fica insensível) para pequenas variações no sinal de entrada.
- Sistemas de controle liga-desliga (*on-off*): não há uma ação linear entre a entrada e saída do controlador.

SISTEMAS NÃO-LINEARES

- Exemplo: curva de torque de motores

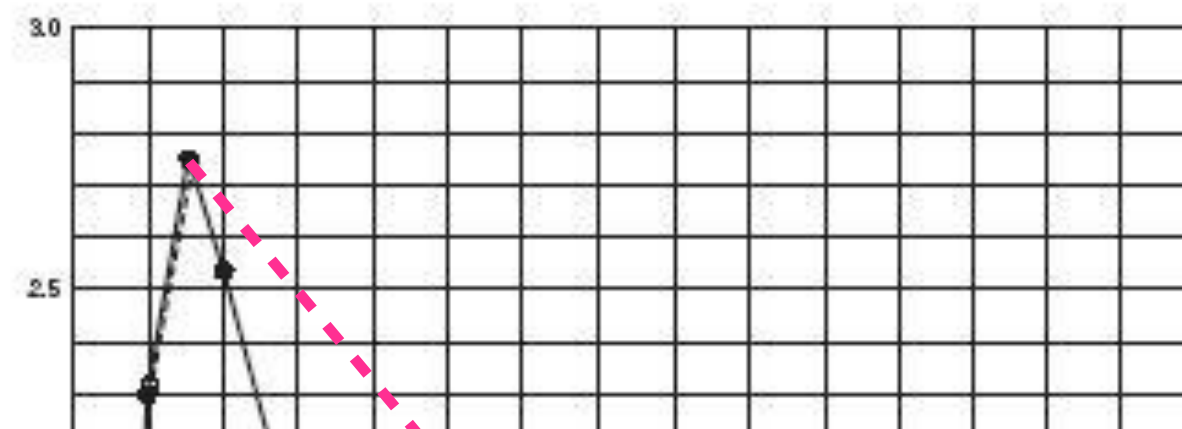


ENTENDENDO RESPOSTA DE UM SENSOR

➤ O sensor de distância GP2Y0A02YK baseado em IR do fabricante Sharp:

➤ mede de 20 à 150 cm; máximo de $f_s = 20,87$ Hz.

Obs.: Uso do processo “Bola no Tubo”:



RESPOSTA AO DEGRAU

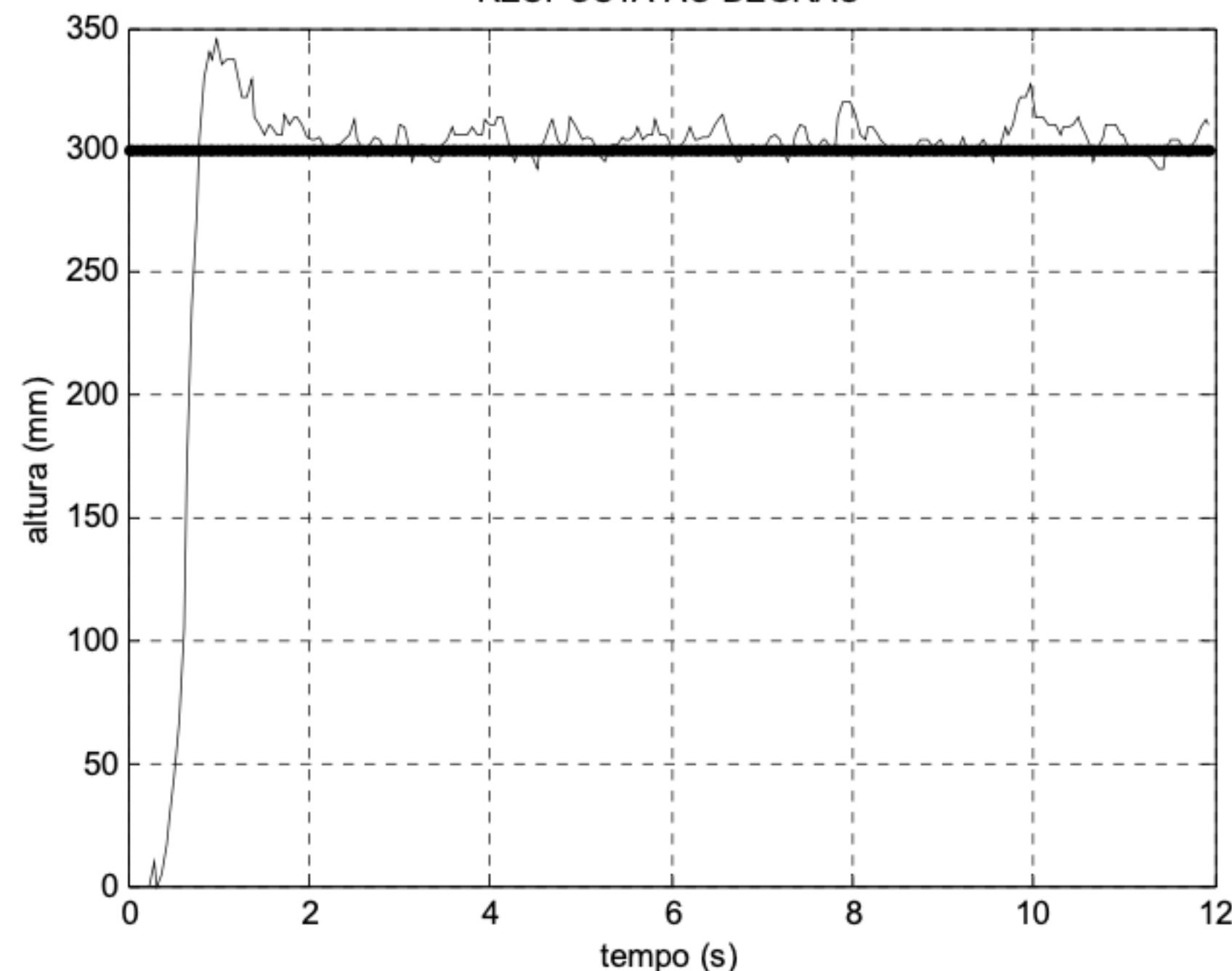


Figura 58 - Curva de resposta com controlador PD

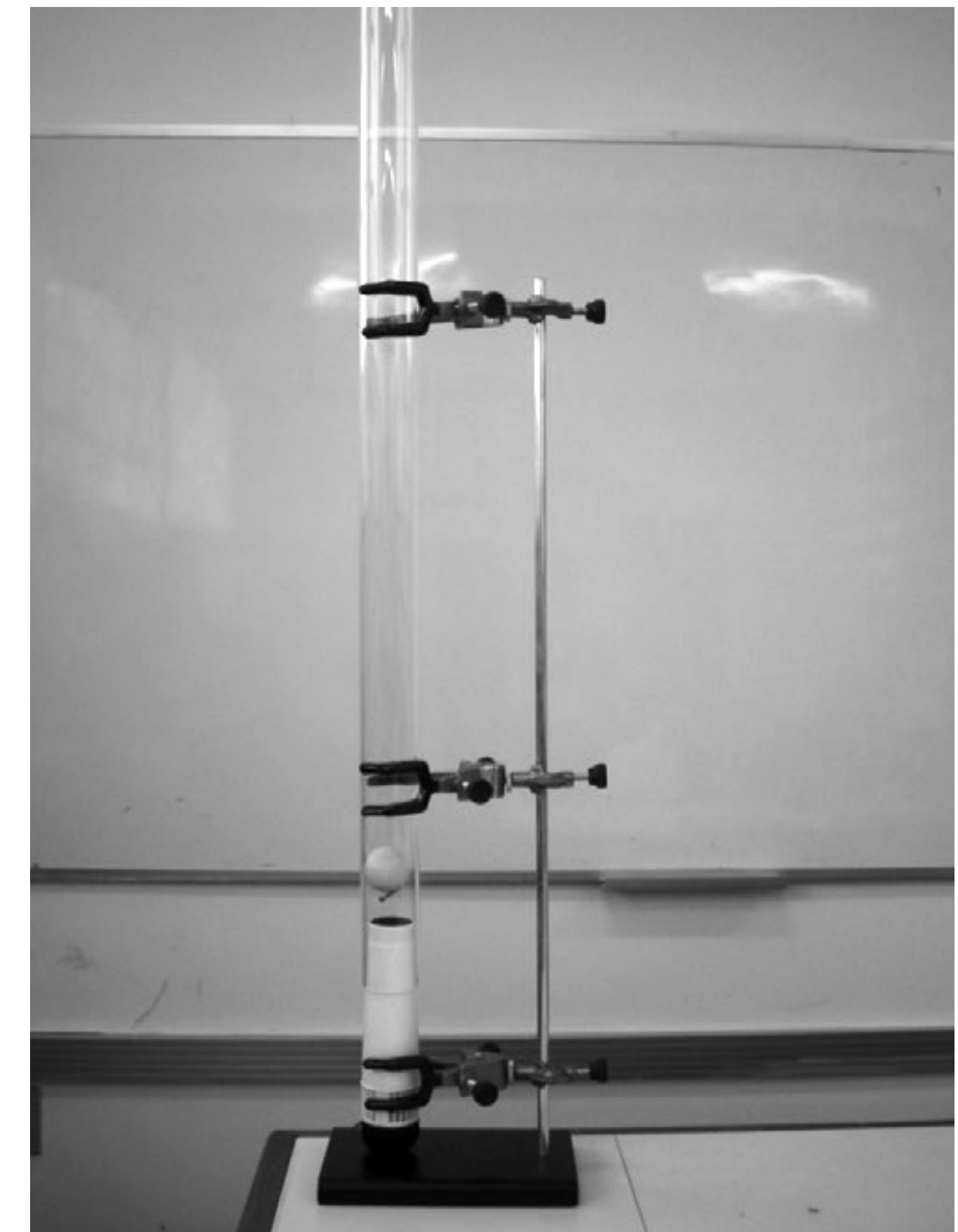


Controlador PID

$$-e_{n-1}) + \frac{T_s}{T_i} e_n + \frac{T_d}{T_s} (e_n - 2e_{n-1} + e_{n-2})$$

processo bola e tubo, TCC (Eng. Elétrica/UPF), 114p, 2006.

Prof. Fernando Passold



ENTENDENDO RESPOSTA DE UM SENSOR

➤ O sensor de distância GP2Y0A02YK baseado em IR do fabricante Sharp:

➤ mede de 20 à 150 cm; máximo de $f_s = 20,87$ Hz.

Obs.: Uso do processo “Bola no Tubo”:



RESPOSTA AO DEGRAU

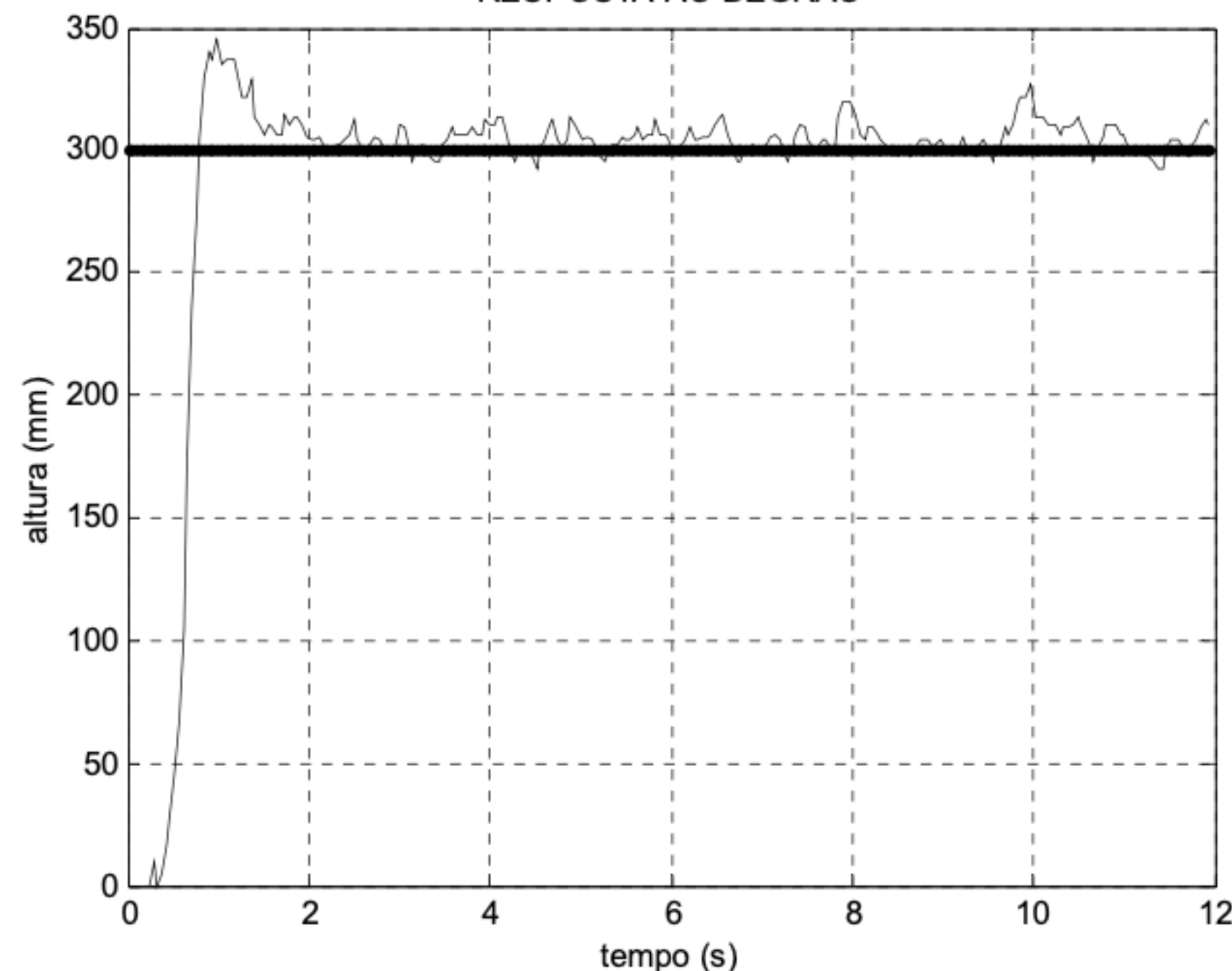
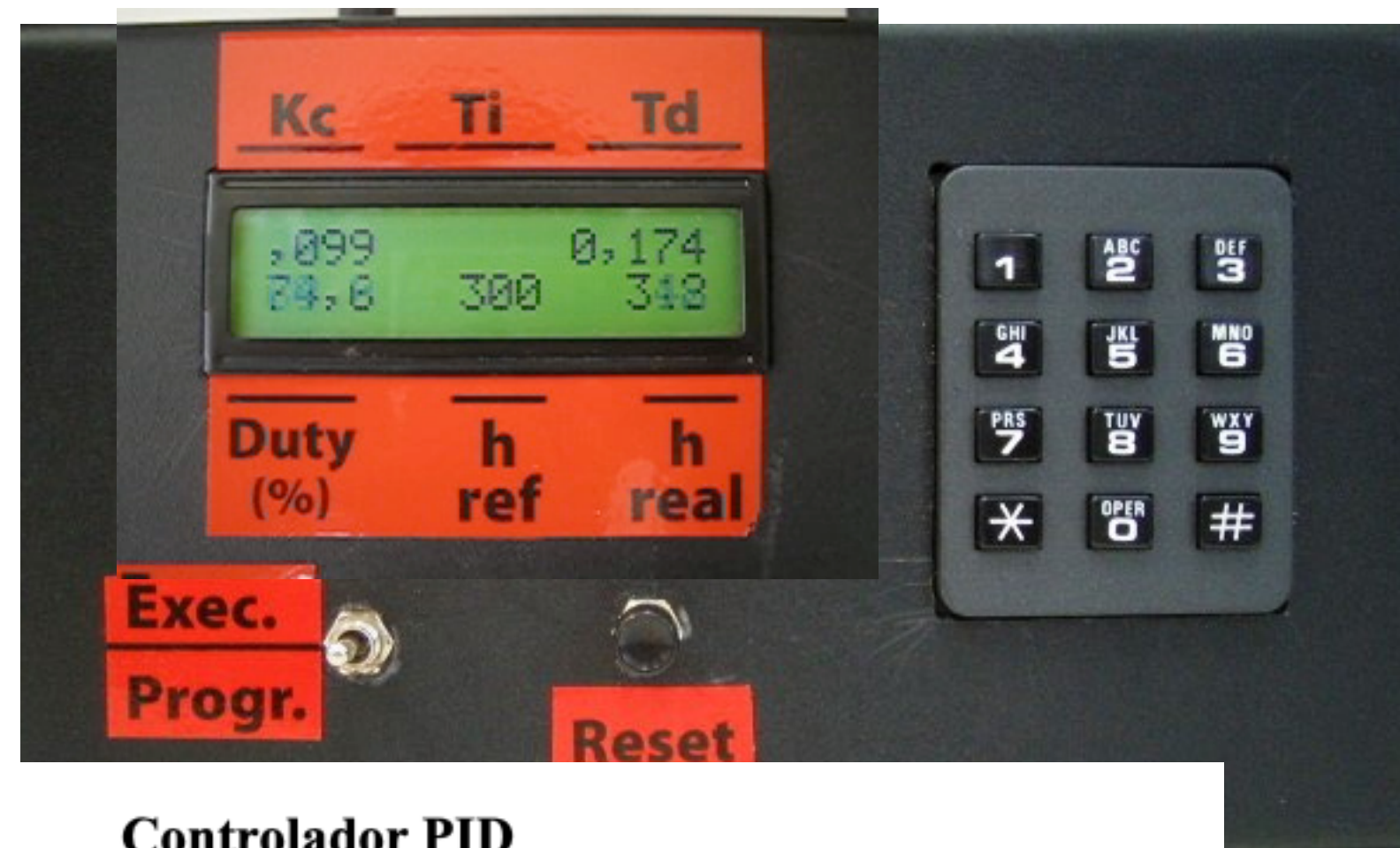


Figura 58 - Curva de resposta com controlador PD

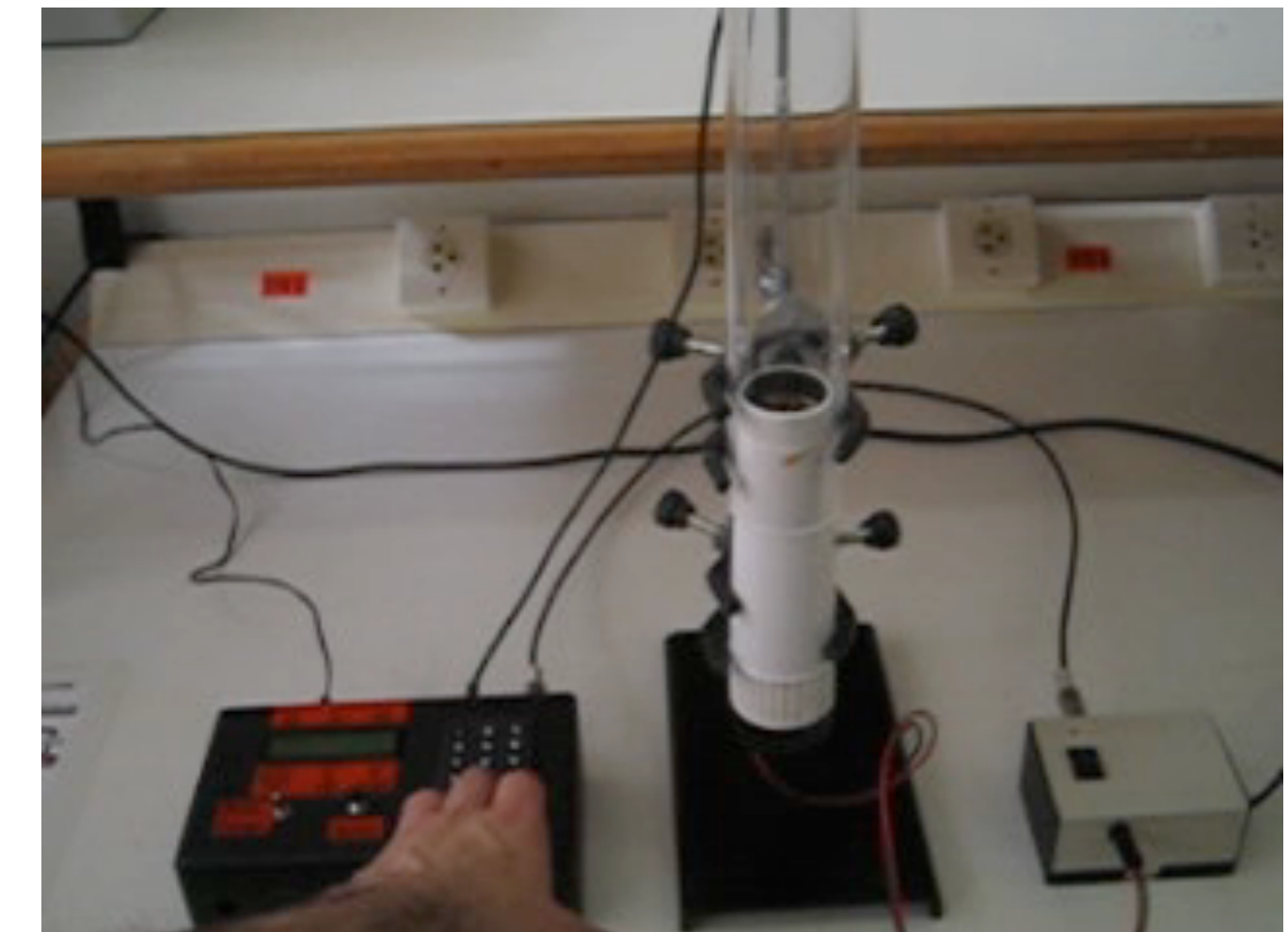


Controlador PID

$$-e_{n-1}) + \frac{T_s}{T_i} e_n + \frac{T_d}{T_s} (e_n - 2e_{n-1} + e_{n-2})$$

processo bola e tubo, TCC (Eng. Elétrica/UPF), 114p, 2006.

Prof. Fernando Passold



ENTENDENDO RESPOSTA DE UM SENSOR

➤ O sensor de distância GP2Y0A02YK baseado em IR do fabricante Sharp:

➤ mede de 20 à 150 cm; máximo de $f_s = 20,87$ Hz.

Dados reais levantados → Excel:

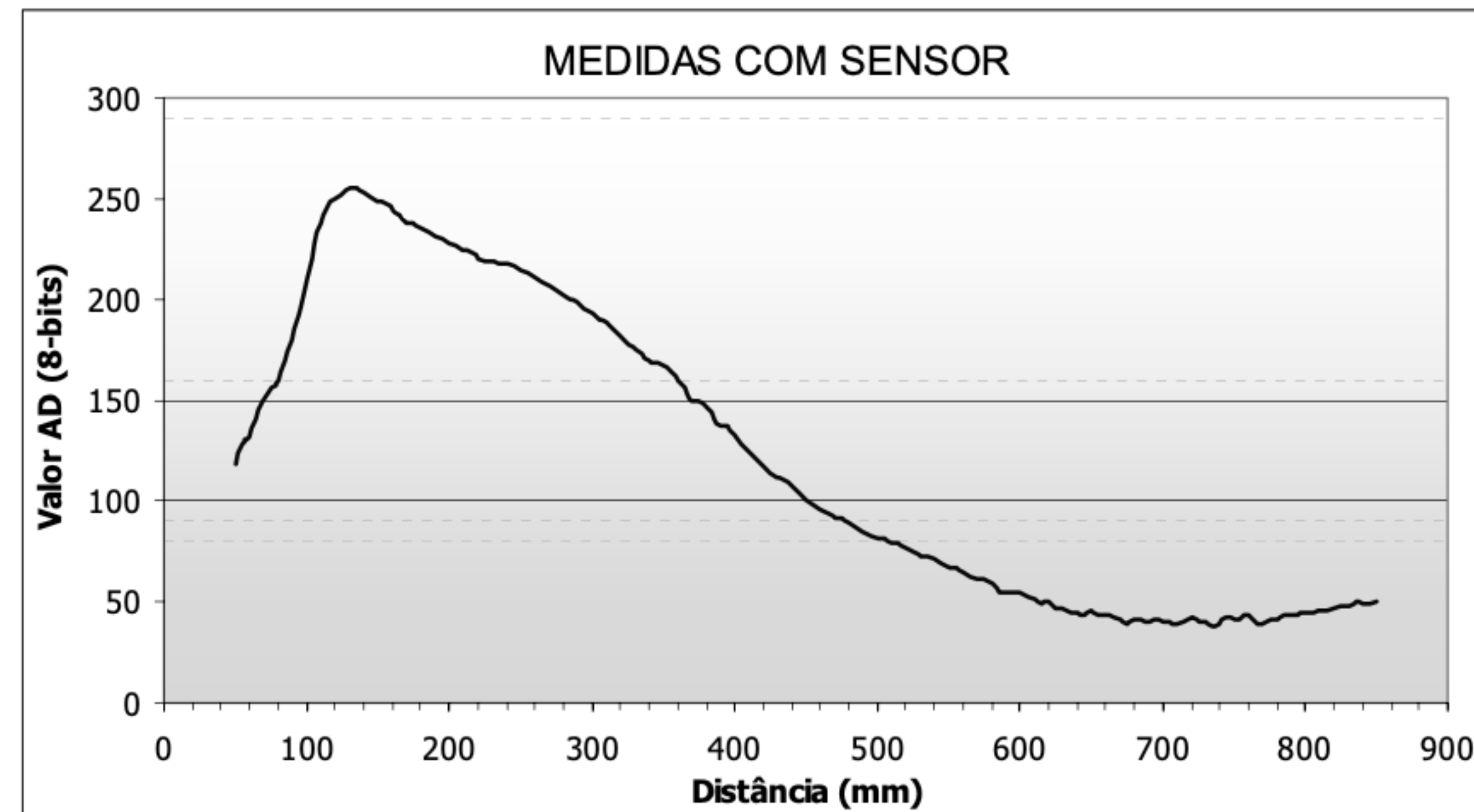
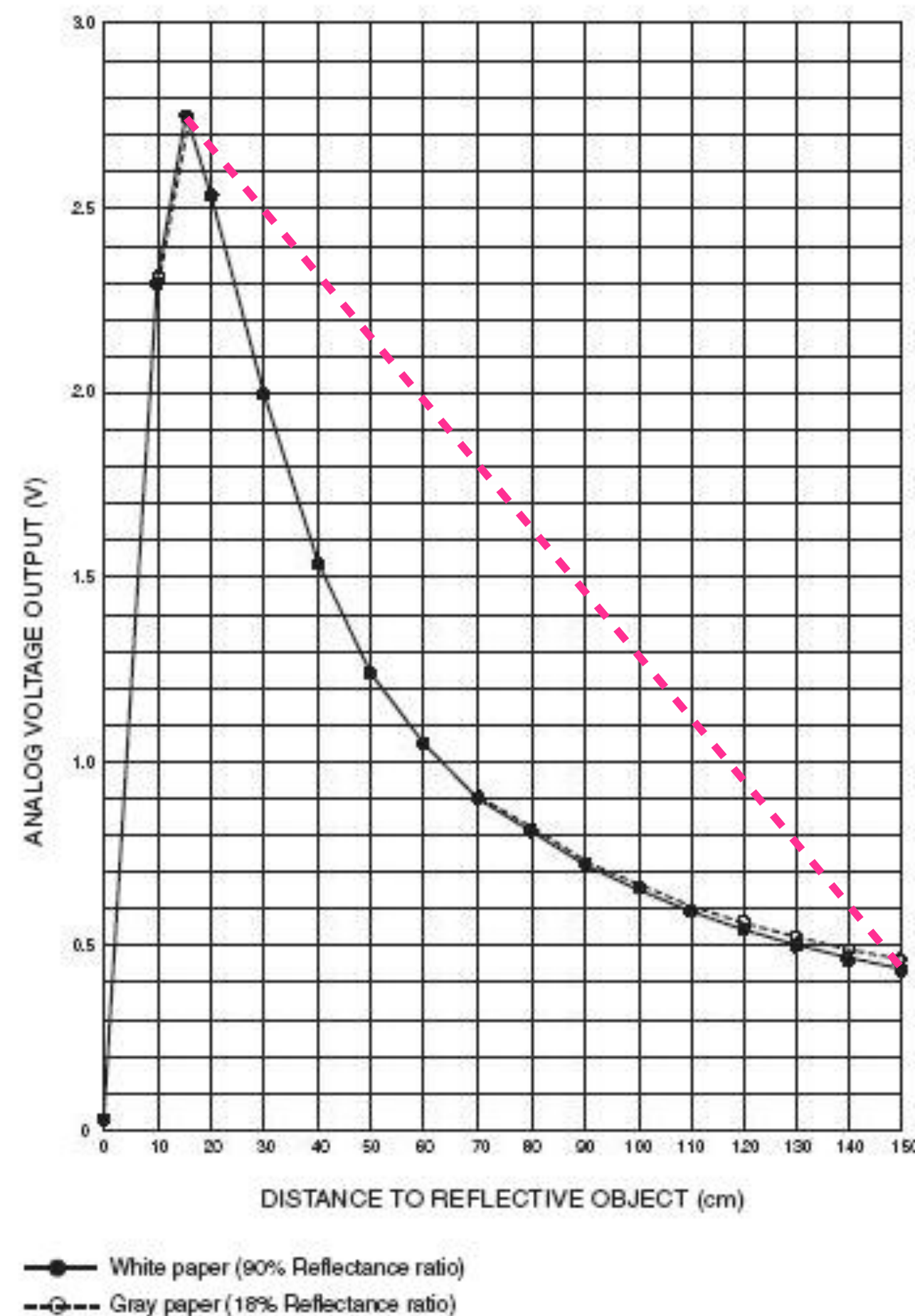


Figura 45 - Resposta do sensor IR obtida experimentalmente



Ref.: Vanz, Robinson Caldart, Controlador digital para processo bola e tubo, TCC (Eng. Elétrica/UPF), 114p, 2006.

Introdução à Sistemas Lineares

Prof. Fernando Passold

ENTENDENDO RESPOSTA DE UM SENSOR

- O sensor de distância GP2Y0A02YK baseado em IR do fabricante Sharp:
 - mede de 20 à 150 cm; máximo de $f_s = 20,87$ Hz.

Dados reais levantados → Excel:

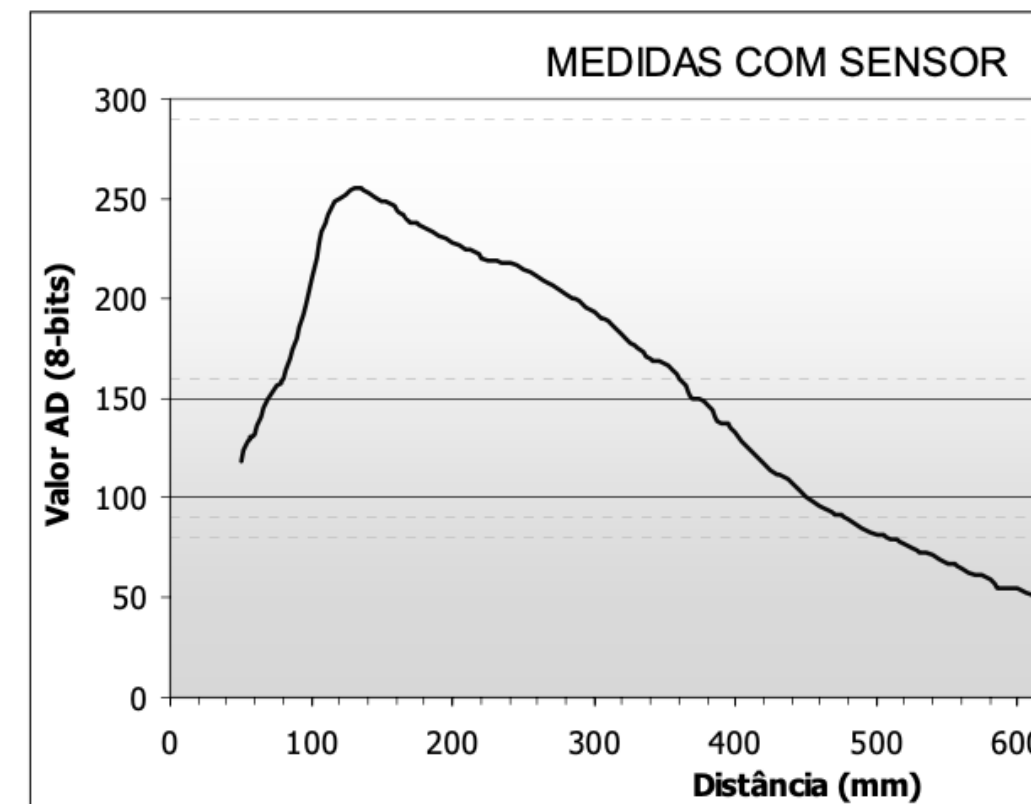
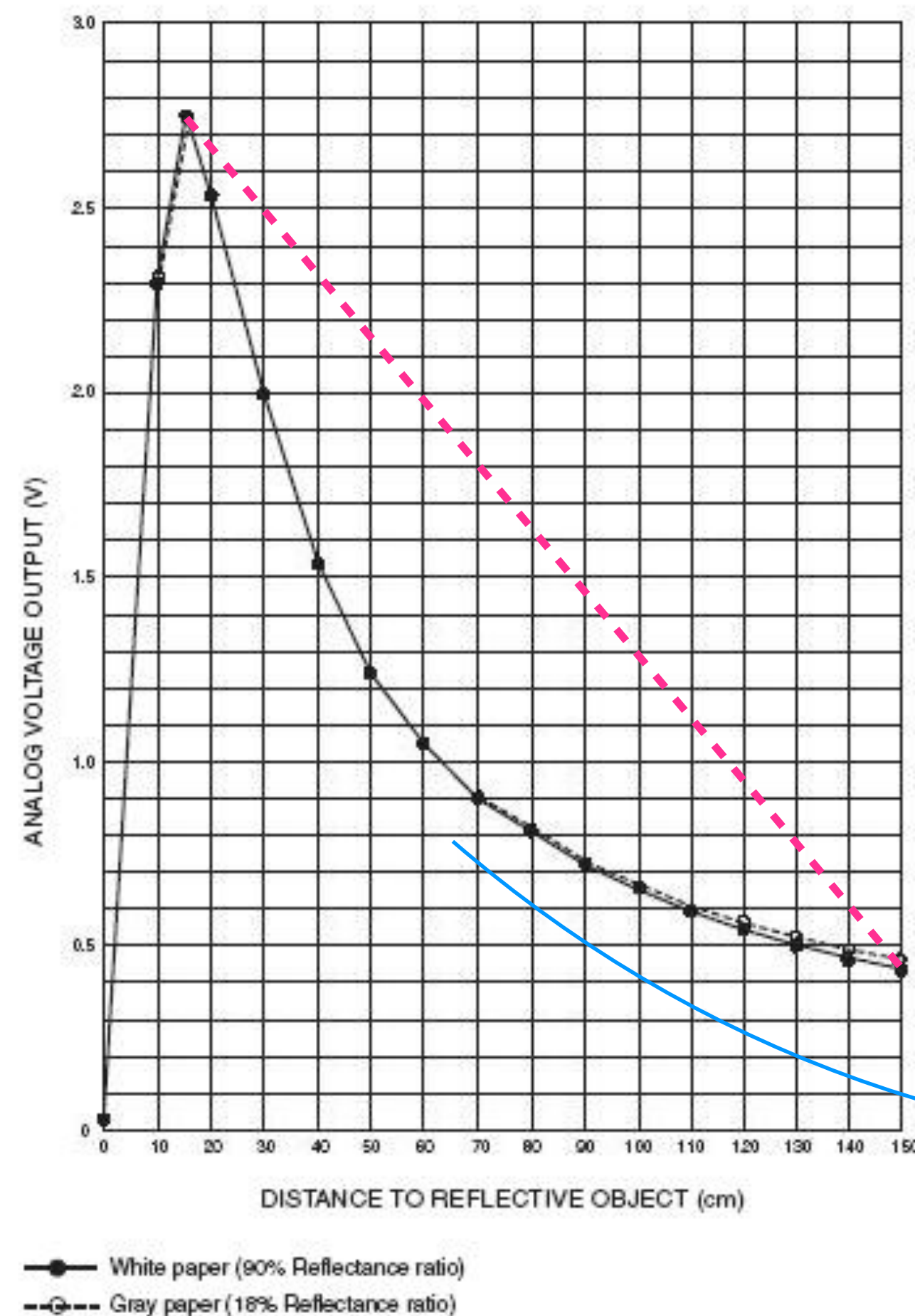


Figura 45 - Resposta do sensor IR obtida experime

Polinômio de 5a-ordem

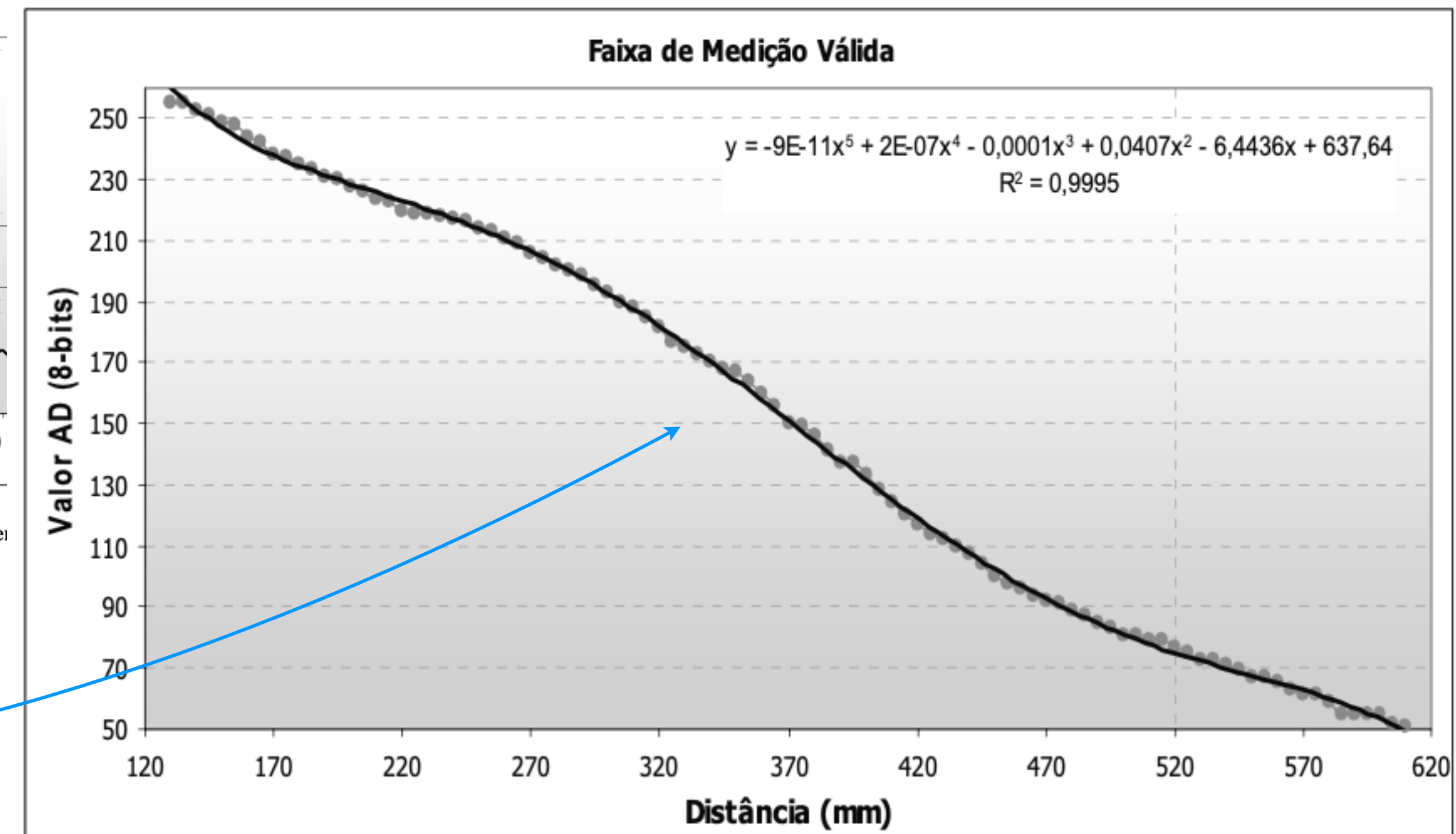


Figura 47 - Interpolação da resposta do sensor de IR

Ref.: Vanz, Robinson Caldart, Controlador digital para processo bola e tubo, TCC (Eng. Elétrica/UPF), 114p, 2006.

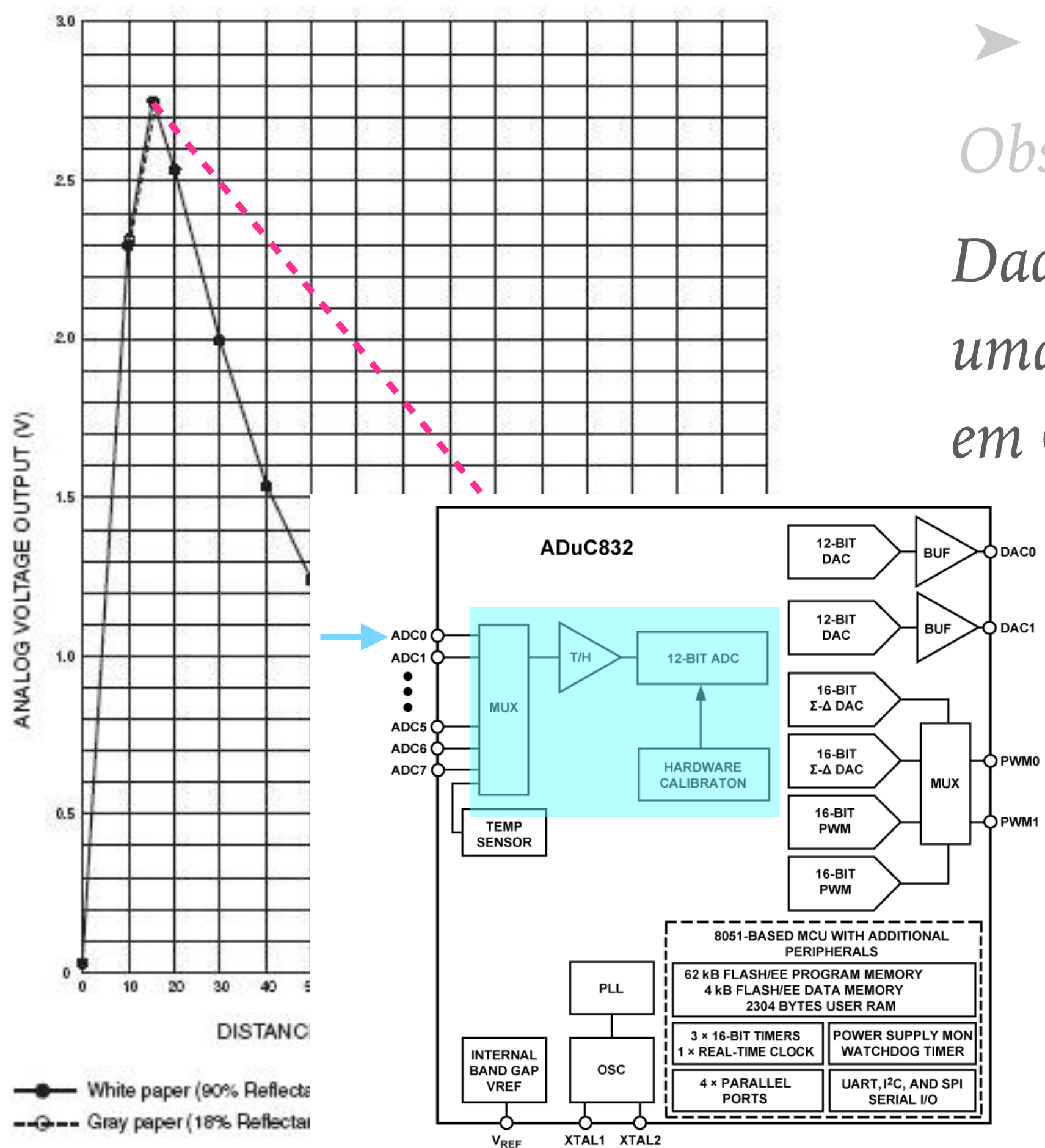
ENTENDENDO RESPOSTA DE UM SENSOR

➤ O sensor de distância GP2Y0A02YK baseado em IR do fabricante Sharp:

➤ mede de 20 à 150 cm; máximo de $f_s = 20,87\text{ Hz}$.

Obs.: Uso do processo “Bola no Tubo”:

Dados reais do sensor foram capturados, a eq. da curva foi levantada e uma “lookup table” (tabela de transformação) foi exportada para código em C à partir dos dados levantados no Excel:



“Lookup table”
($\leq 1,6\text{ Kbytes/2KB}$
do $\mu\text{C ADuC 832}$)

Valor A/D	Altura [mm]
1	610
112	430
253	140

Distância
(corrigida, [mm])

Saída A/D (12-bits) → “SL” (Shift-right 4-bits) → “index” para ponteiro (8-bits $\Rightarrow 2^8 = 256$)

Ref.: Vanz, Robinson Caldart, Controlador digital para processo bola e tubo, TCC (Eng. Elétrica/UPF), 114p, 2006.

ENTENDENDO RESPOSTA DE UM SENSOR

- O sensor de distância GP2Y0A02YK baseado em IR do fabricante Sharp:
 - mede de 20 à 150 cm; máximo de $f_s = 20,87$ Hz.

Dados reais levantados → Lookup table em C:

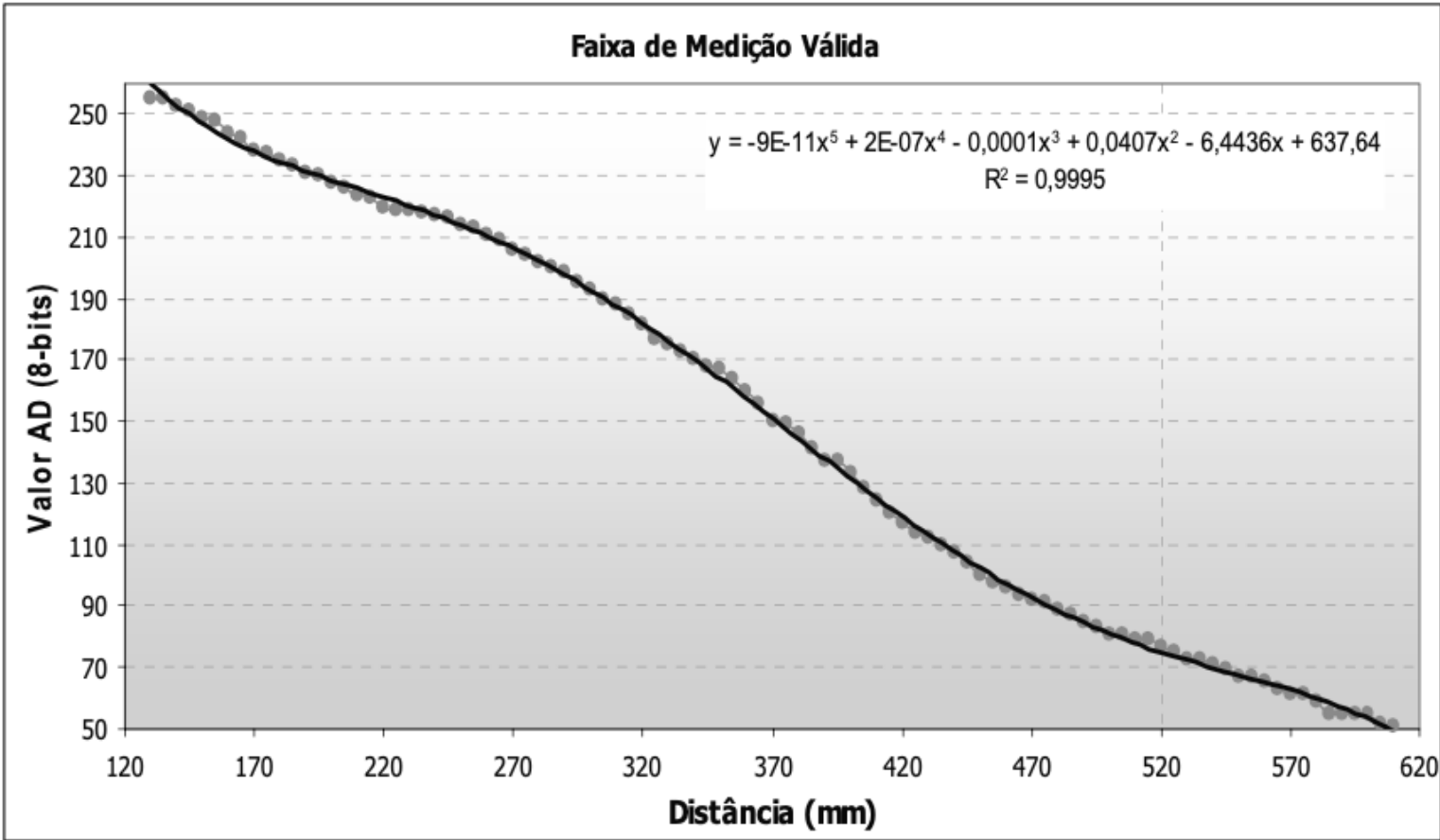
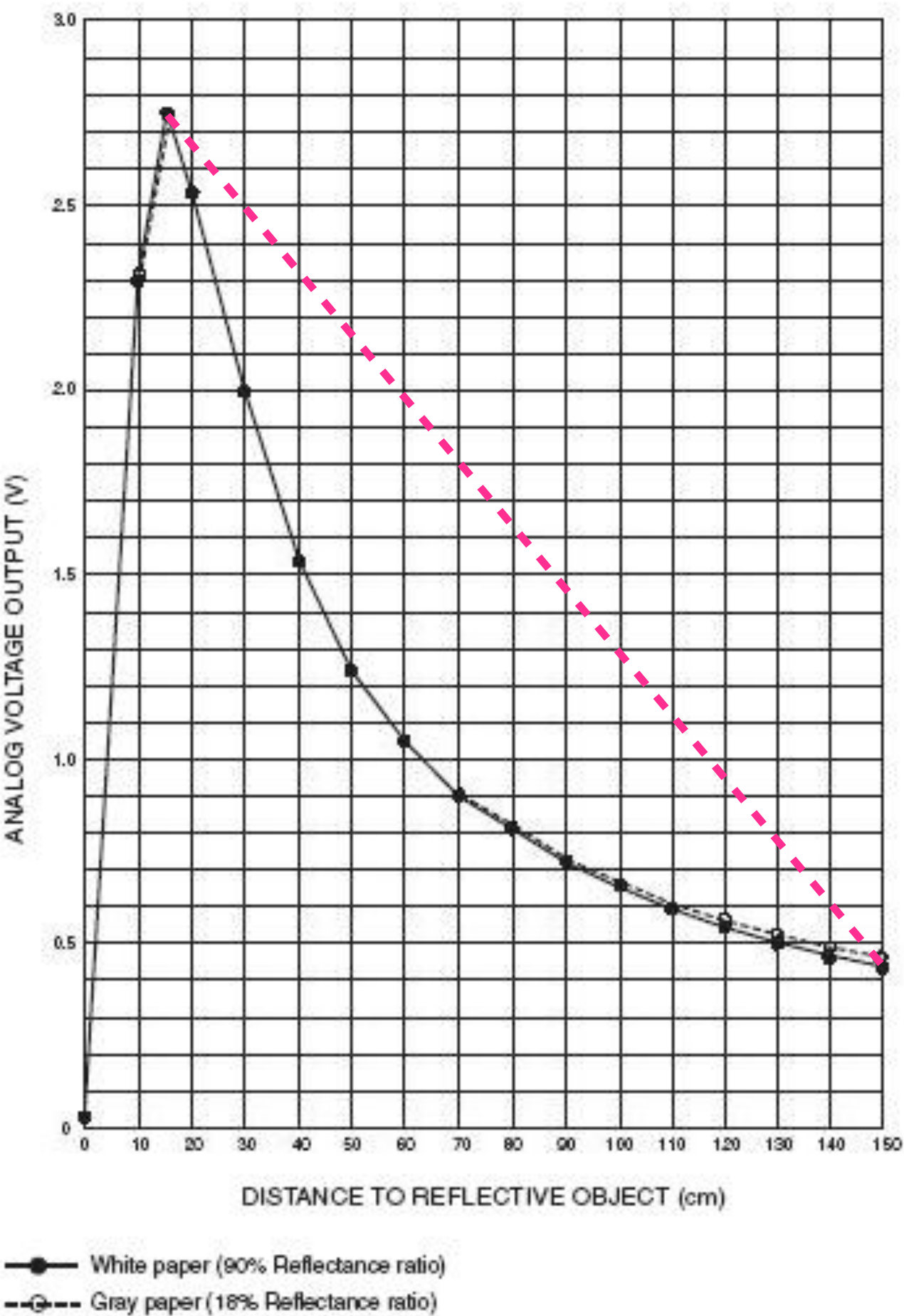


Figura 47 - Interpolação da resposta do sensor de IR



```

/*****
***ROTINA GRAVA TABELA DE RESPOSTA DO SENSOR****
*****/
void grava_dados(void)
{
/* Declarando e inicializando variavel com dados
ajustados para o sensor de distancia da SHARP
e convertidos para o A/D, 8 bits
*/

xdata unsigned int tabela[256]=

/* 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 */
{610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610,
/*10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 */
610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610,
/*20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 */
610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610,
/*30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 */
610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610,
/*40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 */
610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610,
/*50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 */
610, 610, 605, 601, 597, 593, 590, 587, 583, 580,
/*60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 */
577, 573, 568, 565, 563, 560, 557, 553, 549, 545,

/*250 251 252 253 254 255 256 */
148, 145, 143, 140, 137, 133 };

xdata unsigned int resp_altura[256]; //vetor p/ gravar a resposta do sistema
xdata unsigned int resp_saida[256]; //vetor p/ gravar a ação de controle
altura=&resp_altura;
duty_saida=&resp_saida;
sensor=&tabela;

}
//o ponteiro recebe endereço da tabela
```

Ref.: Vanz, Robinson Caldart, Controlador digital para processo bola e tubo, TCC (Eng. Elétrica/UPF), 114p, 2006.

ENTENDENDO RESPOSTA

➤ O sensor de distância GL

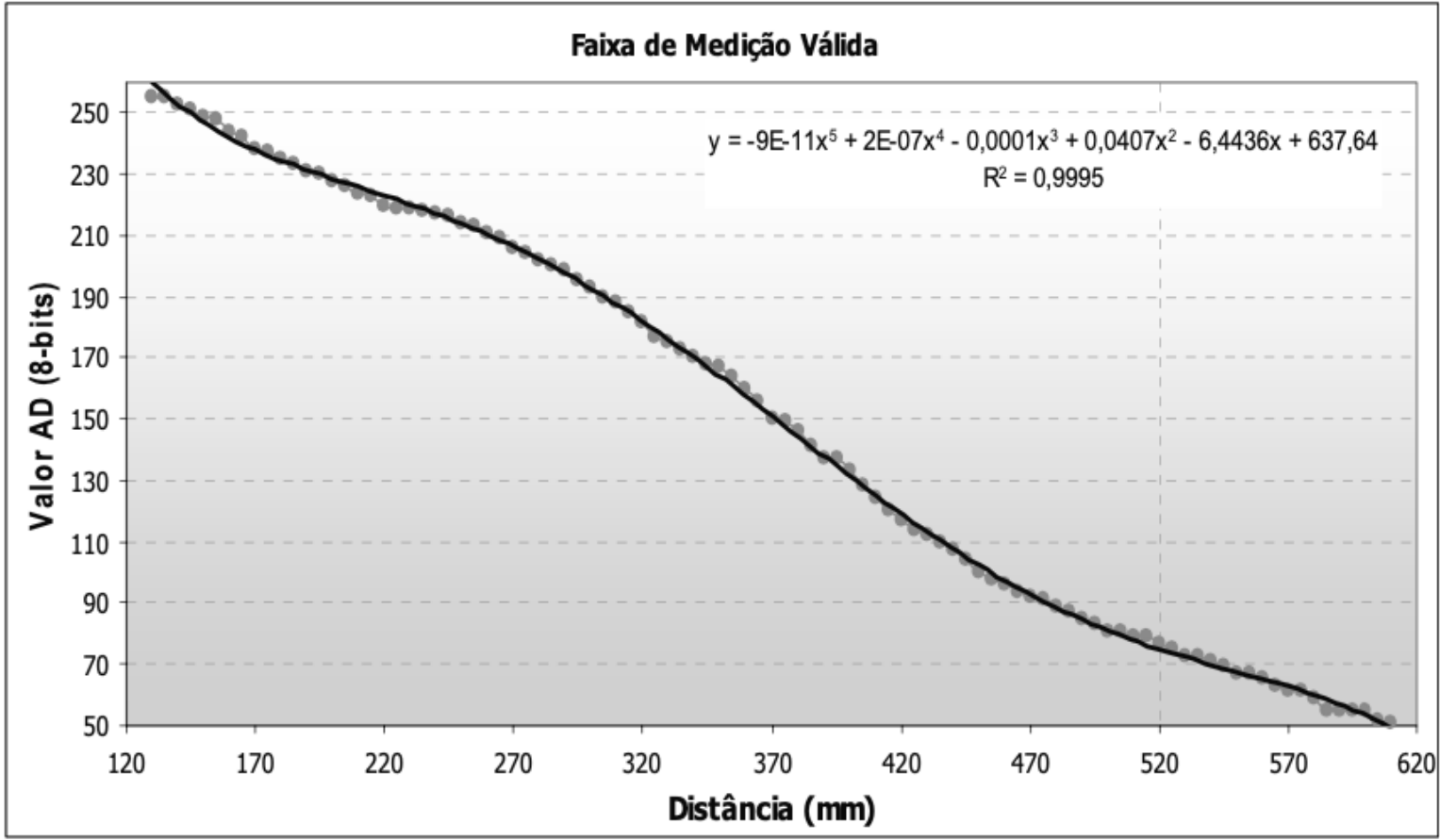
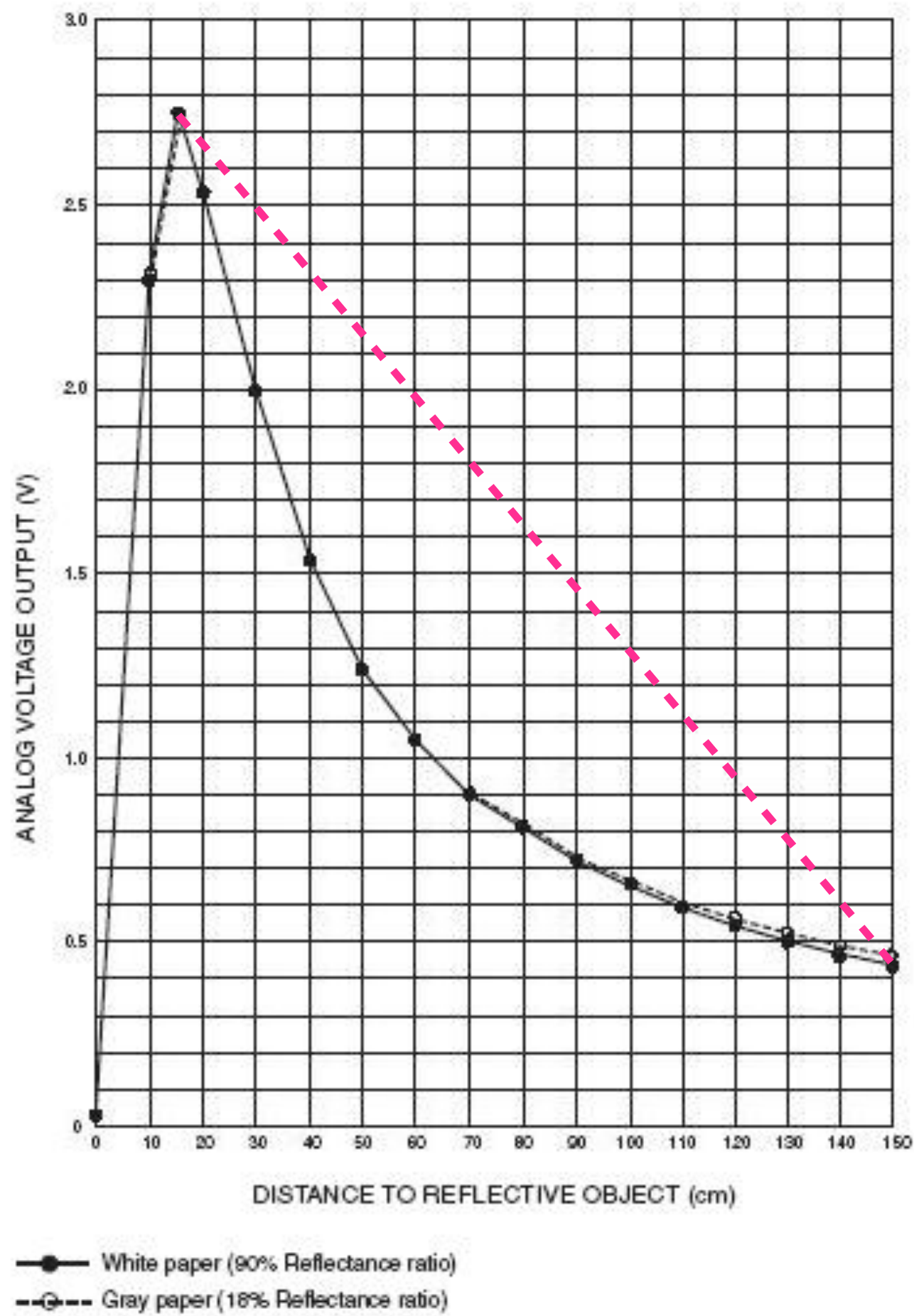


Figura 47 - Interpolação da resposta do sensor de IR

```

/*****
*****ROTINA DE CONTROLE****INTERROMPÇÃO*****
*****/

void cont1(void) interrupt 3
{
    SCONV=1;                //Ativa uma conversão simples pelo bit SCONV
    while(!ADCI);           //Espera pelo flag de fim de conversão
    ADCI=0;                 //reset no flag de fim de conversão
    leitura = ADCDATAH*256 + ADCDATAL;    //armazena o valor lido pelo AD
    leitura = leitura>>4;      //converte a leitura de 12 para 8 bits
    h_real = 620-*(sensor+leitura); //converte a leitura do AD para milímetros
    erro0 = h_ref - h_real;    //calcula erro

    switch(controle){
        case '1':            //PID no formato de velocidade
            u0 = u1 + Kc*((erro0-erro1) + (Ts/Ti)*erro0 + (Td/Ts)*(erro0-2*erro1+erro2));
            if (u0>99.99) u0=99.99;
            if (u0<0) u0=0;
            u1=u0;            //passa os valores para amostras em atraso
            erro2=erro1;
            erro1=erro0;
            break;
    }
}

```

```

/*****
****ROTINA GRAVA TABELA DE RESPOSTA DO SENSOR****
*****/

void grava_dados(void)
{
    /* Declarando e inicializando variavel com dados
    ajustados para o sensor de distancia da SHARP
    e convertidos para o A/D, 8 bits
    */

    unsigned int tabela[256]=

    /* 0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 */
    {610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610,
    /*10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 */
    610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610,
    /*20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 */
    610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610,
    /*30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 */
    610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610,
    /*40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 */
    610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610, 610,
    /*50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 */
    610, 610, 605, 601, 597, 593, 590, 587, 583, 580,
    /*60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 */
    577, 573, 568, 565, 563, 560, 557, 553, 549, 545,

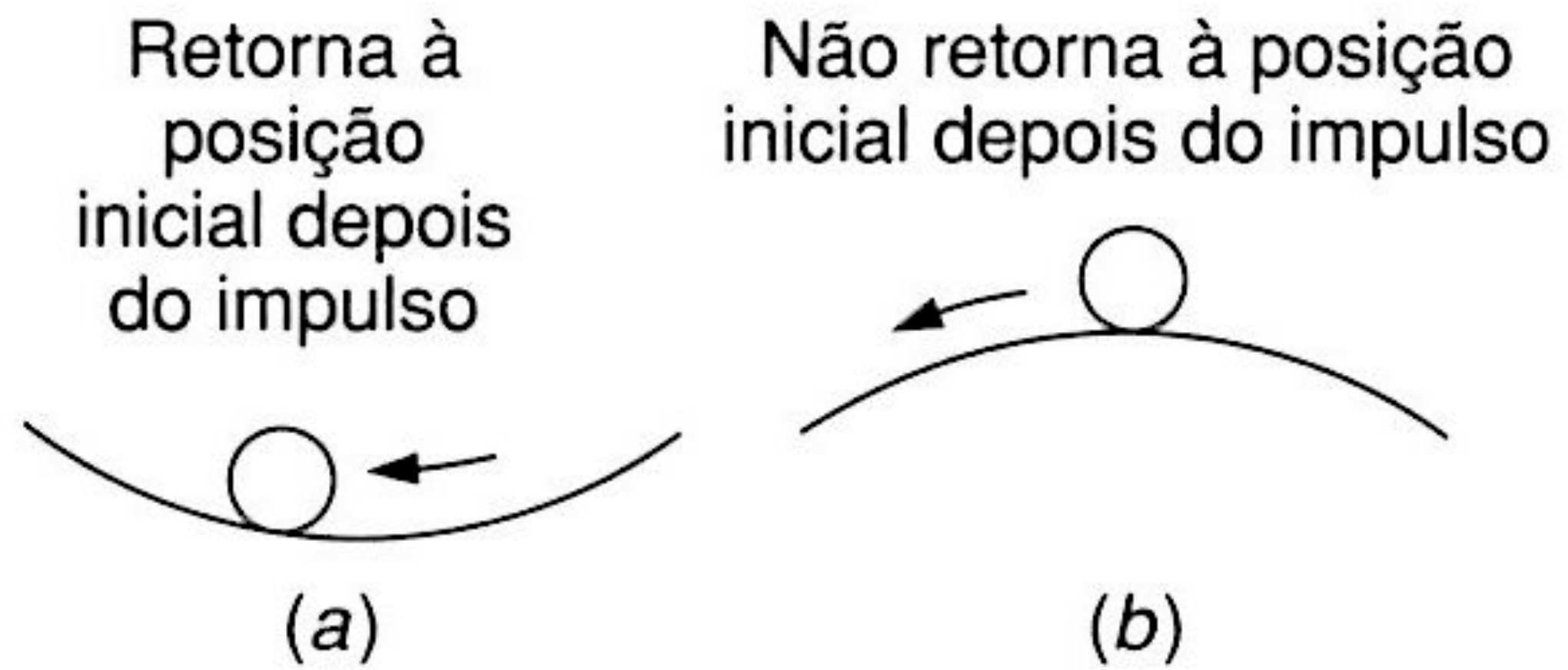
    /*250 251 252 253 254 255 256 */
    148, 145, 143, 140, 137, 133 };

    esp_altura[256]; //vetor p/ gravar a resposta do sistema
    esp_saida[256];  //vetor p/ gravar a ação de controle
    ;
    saida;            //o ponteiro recebe endereço da tabela
}

```

Ref.: Vanz, Robinson Caldart, Controlador digital para processo bola e tubo, TCC (Eng. Elétrica/UPF), 114p, 2006.

SISTEMA ESTÁVEL X INSTÁVEL

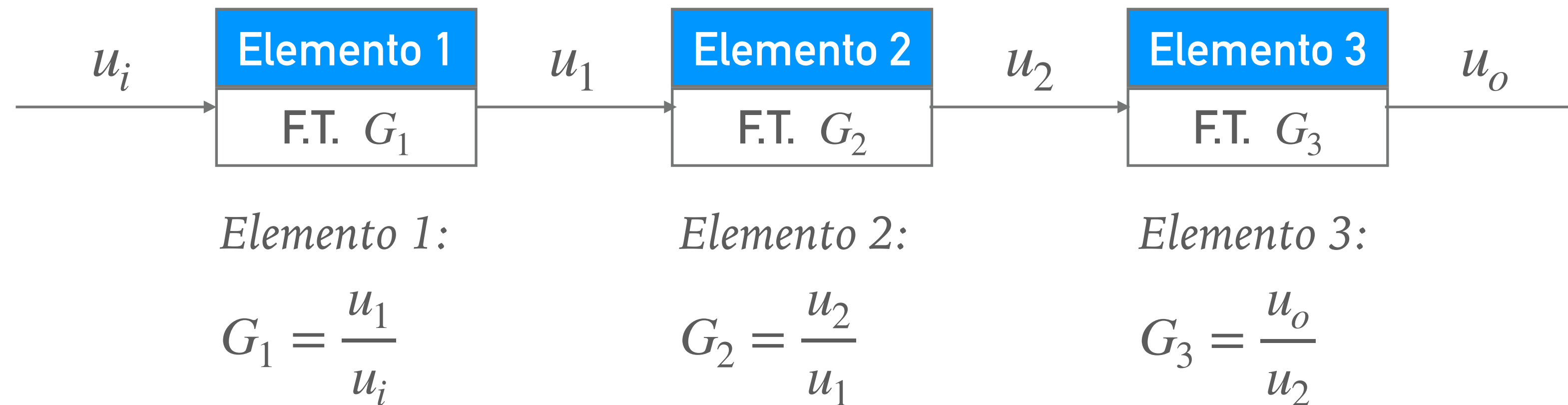


(a) *Estável*

(b) *Instável*

FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA, SISTEMAS SÉRIE/MALHA-ABERTA

- São comuns elementos em cascata neste tipo de sistema:

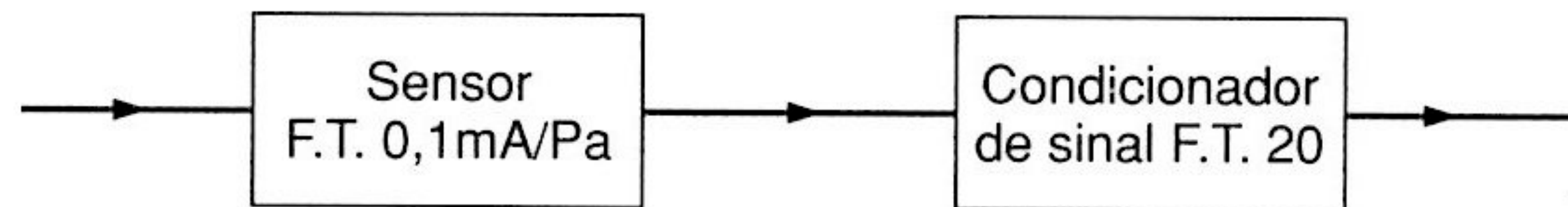


Função transferência (global) do sistema completo: $G = G_1 \cdot G_2 \cdot G_3$

$$G = \frac{u_o}{u_i} = \frac{u_1}{u_i} \cdot \frac{u_2}{u_1} \cdot \frac{u_o}{u_2}$$

EXEMPLO SISTEMA SÉRIE/**MALHA-ABERTA**

- Um sistema de medição usado com um sistema de controle consiste em 2 elementos: um sensor e um transmissor de sinais. Se o sensor tem uma função transferência de 0,1 mA/Pa e o transmissor de sinais uma função de transferência de 20, qual será a função de transferência final do sistema de medição?



- *Solução:*

Função transferência final, $G = 0,1 \times 20 = 2 \text{ mA/Pa}$.

Revisão de EDOs

Circuito RC série

Suponha que se queira saber como evolui v_C no tempo?

Esperamos um gráfico. Obviamente o capacitor não carrega nem descarrega instantaneamente.

Se poderia obter uma curva de carga e descarga de um capacitor e depois, para entender isto, se poderia os valores de R e C e observar (simular) para ver o que ocorre...

E o que aconteceria se V é uma tensão senoidal (AC) e não constante (CC) ?

Modelagem:

1. Lei de Kirchhoff de nós de tensão:

$$V = v_R + v_C$$

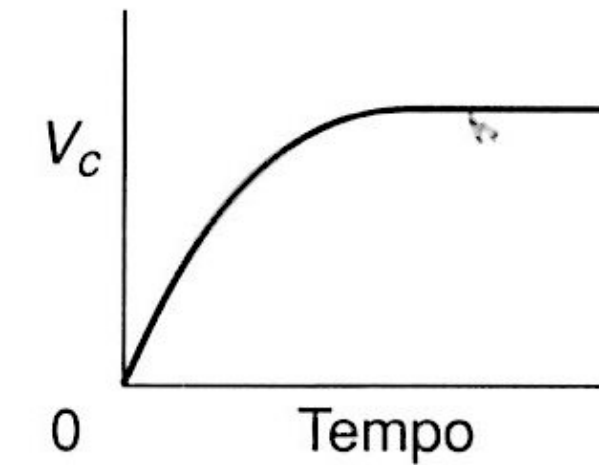
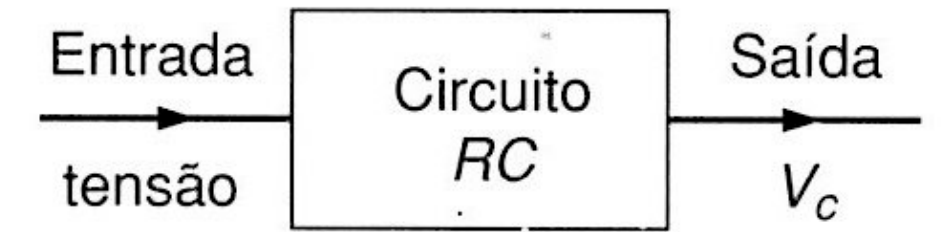
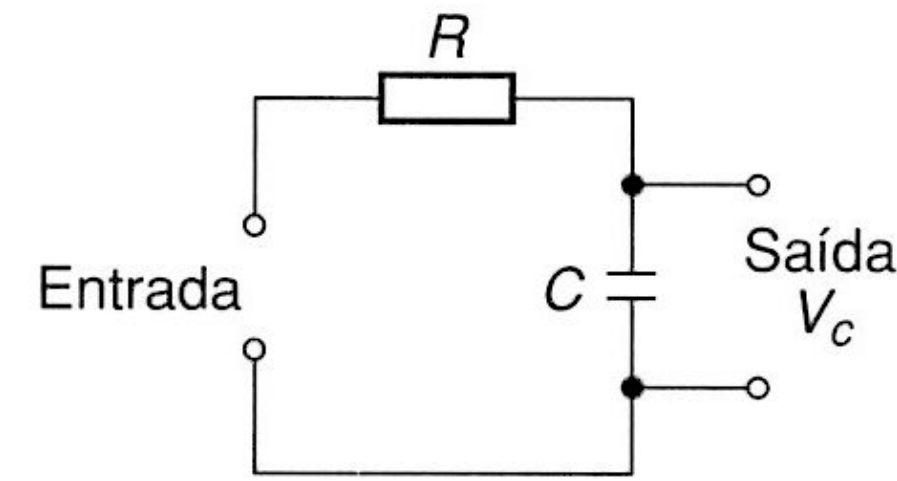
2. Sabemos:

$$v_R = R \cdot i$$

$$i = C \frac{dv_C}{dt}$$

3. Assim:

$$V = RC \frac{dv_C}{dt} + v_C$$



Revisão de EDOs

Circuito RC série

Suponha que se queira saber como evolui v_C no tempo?

Esperamos um gráfico.

Obviamente o capacitor não carrega nem descarrega instantaneamente.

Se poderia obter uma curva de carga e descarga de um capacitor e depois, para entender isto, se poderia os valores de R e C e observar (simular) para ver o que ocorre...

E o que aconteceria se V é uma tensão senoidal (AC) e não constante (CC) ?

Modelagem:

1. Lei de Kirchhoff de nós de tensão:

$$V = v_R + v_C$$

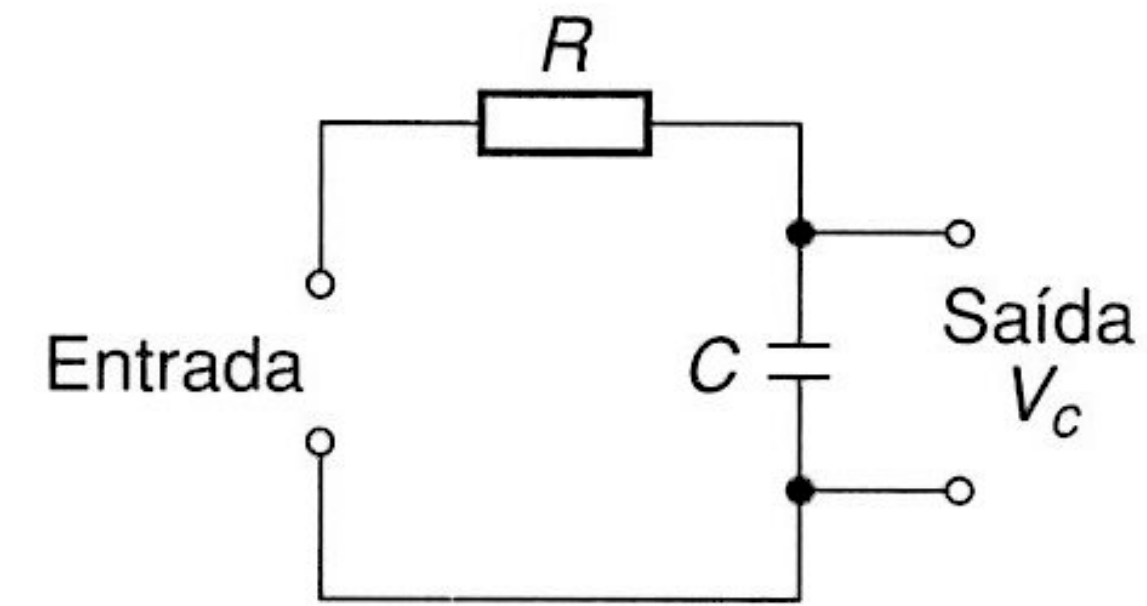
2. Sabemos:

$$v_R = R \cdot i$$

$$i = C \frac{dv_C}{dt}$$

3. Assim:

$$V = RC \frac{dv_C}{dt} + v_C$$



Solução possível:

1. Colocar na forma padrão:

$$\frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{RC}v_C = \frac{V}{RC}$$

2. Solução homogênea:

$$v_h = Ae^{-t/RC}$$

3. Solução particular:

$$v_p = V$$

4. Reunindo:

$$v = Ae^{-t/RC} + V$$

Considerando que: $v(0) = 0$ e que $A = -V$.

5. Temos finalmente:

$$v_C(t) = V(1 - e^{-t/RC})$$

Revisão EDOs

Circuito RLC série

- Este tipo de circuito rende a equação diferencial:

$$LC \frac{d^2 v}{dt^2} + RC \frac{dv}{dt} + v = V$$

Equação do tipo:

$$a \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + cy = 0$$

- Como se resolve isto?

⇒ A idéia é usar [Transformada de Laplace](#).

Revisão de EDOs

Circuito RC série

Suponha que se queira saber como evolui v_C no tempo?

Esperamos um gráfico.
Obviamente o capacitor não carrega nem descarrega instantaneamente.

Se poderia obter uma curva de carga e descarga de um capacitor e depois, para entender isto, se poderia os valores de R e C e observar (simular) para ver o que ocorre...

E o que aconteceria se V é uma tensão senoidal (AC) e não constante (CC) ?

Solução possível:

1. Colocar na forma padrão:

$$\frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{RC}v_C = \frac{V}{RC}$$

2. Solução homogênea:

$$v_h = Ae^{-t/RC}$$

3. Solução particular:

$$v_p = V$$

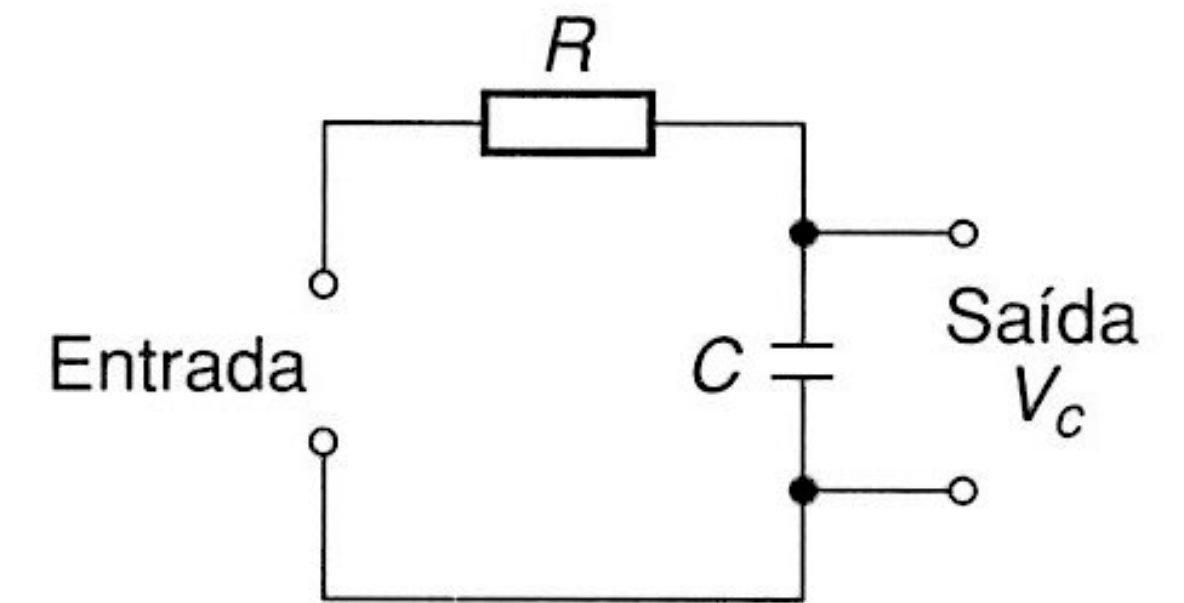
4. Reunindo:

$$v = Ae^{-t/RC} + V$$

Considerando que: $v(0) = 0$ e que $A = -V$.

5. Temos finalmente:

$$v_C(t) = V(1 - e^{-t/RC})$$



Solução usando Laplace:

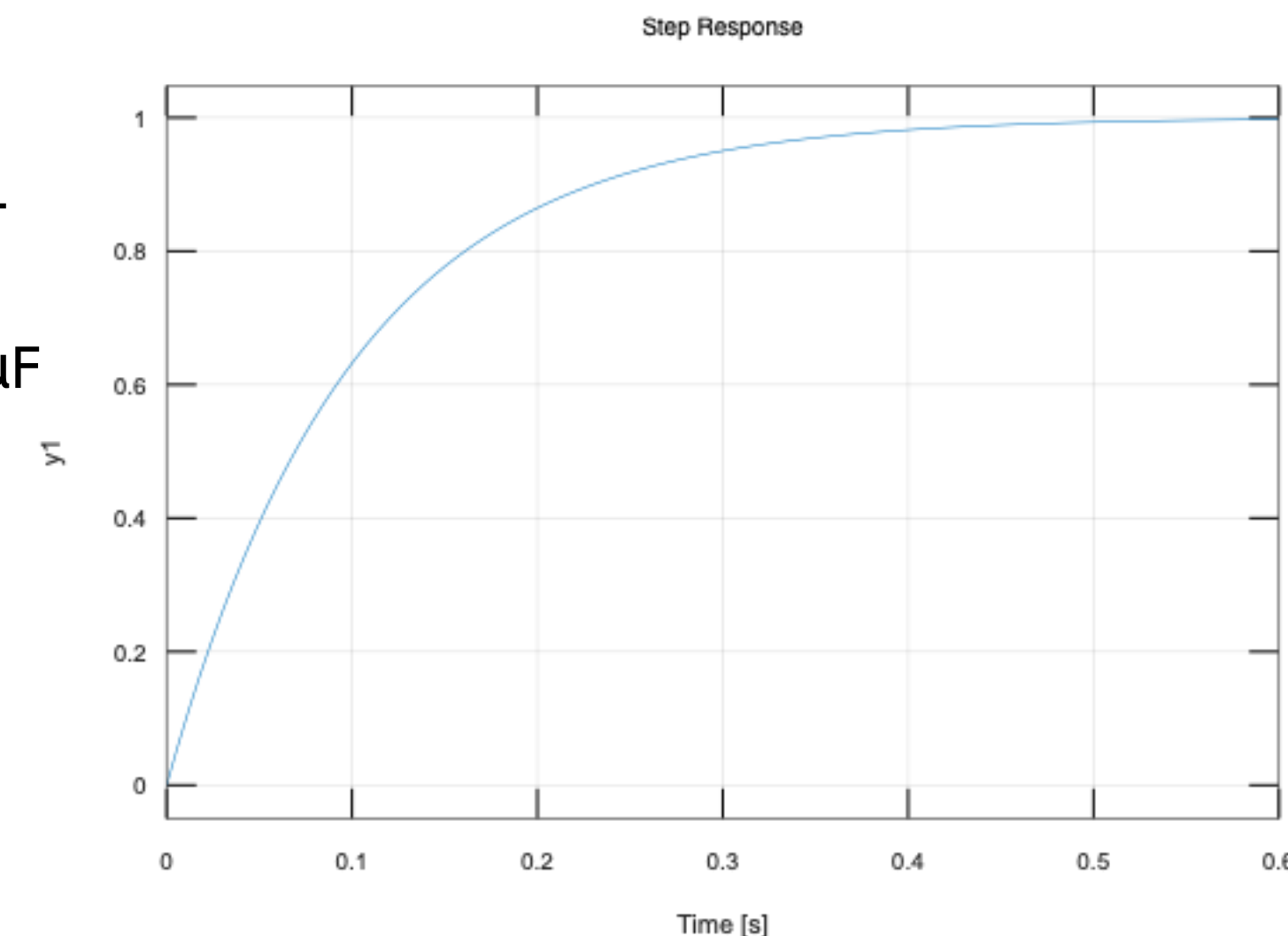
$$v_C(t) = V(1 - e^{-t/RC})$$

Depois de resolver a equação (função transferência):

$$V(s) = \frac{V}{s(RCs + 1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{RCs + 1}$$

Pode-se usar comandos Matlab/Octave como:

```
pkg load control
R=1000; % 1KΩ
C=100e-6; % 100μF
num=[1];
den=[R*C 1];
G=tf(num,den);
step(G)
grid on
```



Procedimento Usual

Modelagem matemática



Transformada de Laplace (desenvolvida fim do XIX e início de XX, ≈ 1782)
Redescoberta durante a Segunda Guerra Mundial.

"Pierre-Simon Laplace não inventou essa transformada para facilitar provas de Engenharia Elétrica — até porque a Engenharia Elétrica nem existia. Mas, mais de um século depois, engenheiros perceberam que ela transformava equações diferenciais complicadas em simples equações algébricas. Foi por isso que ela se tornou uma das ferramentas mais importantes da engenharia do século XX."

