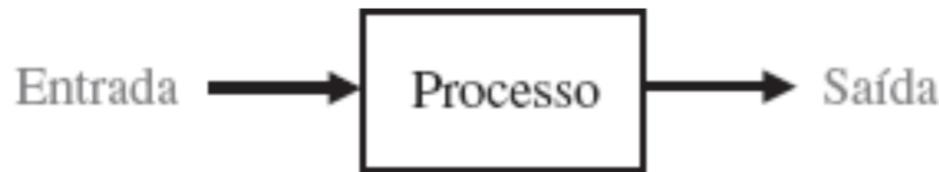


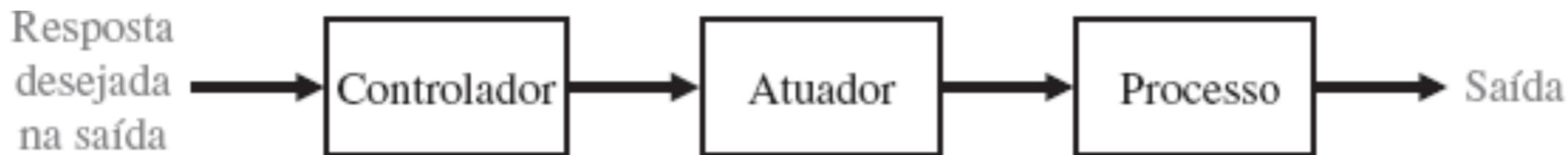
# Ações de Controle Básicas

Prof. Fernando Passold

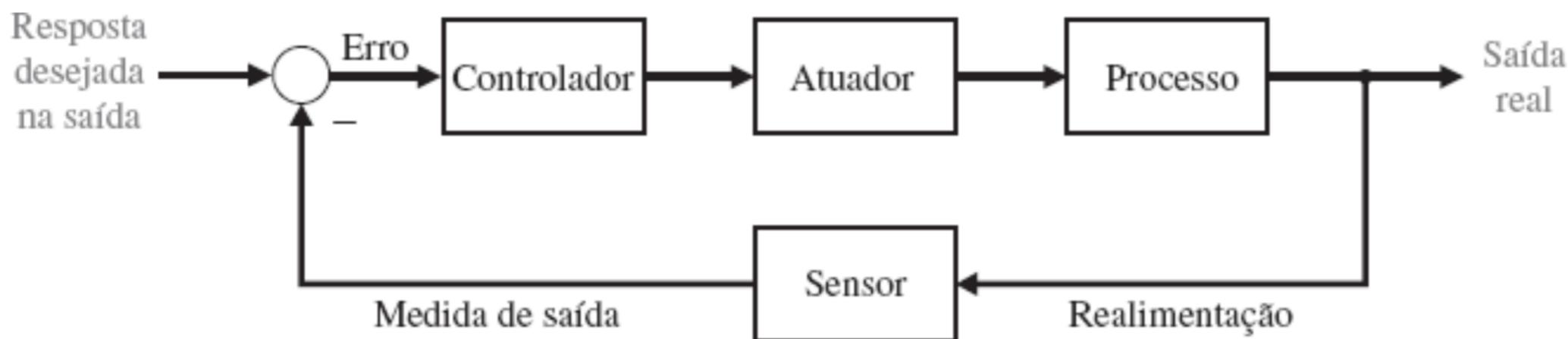
# Malhas de controle



Malha aberta (sem nenhum controle ou realimentação):

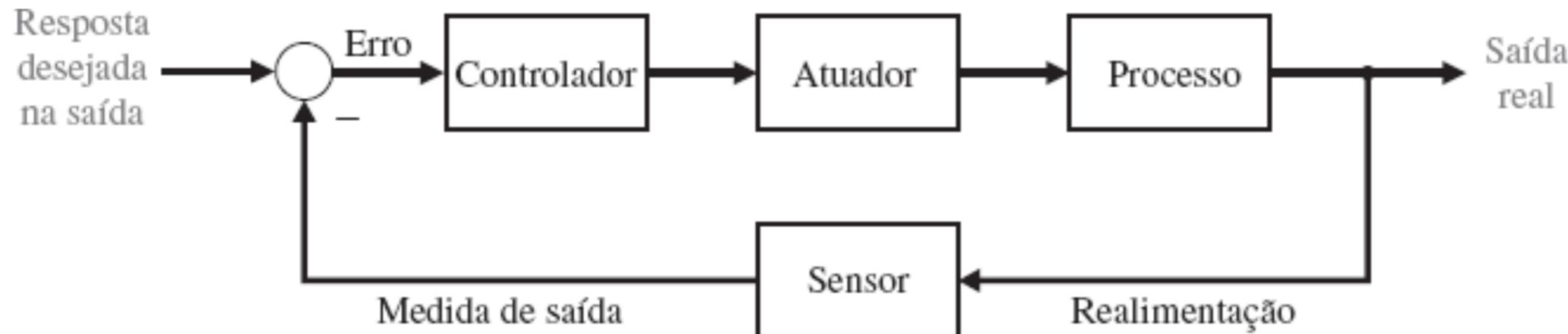


Malha fechando (acrescentando controle ou realimentação):

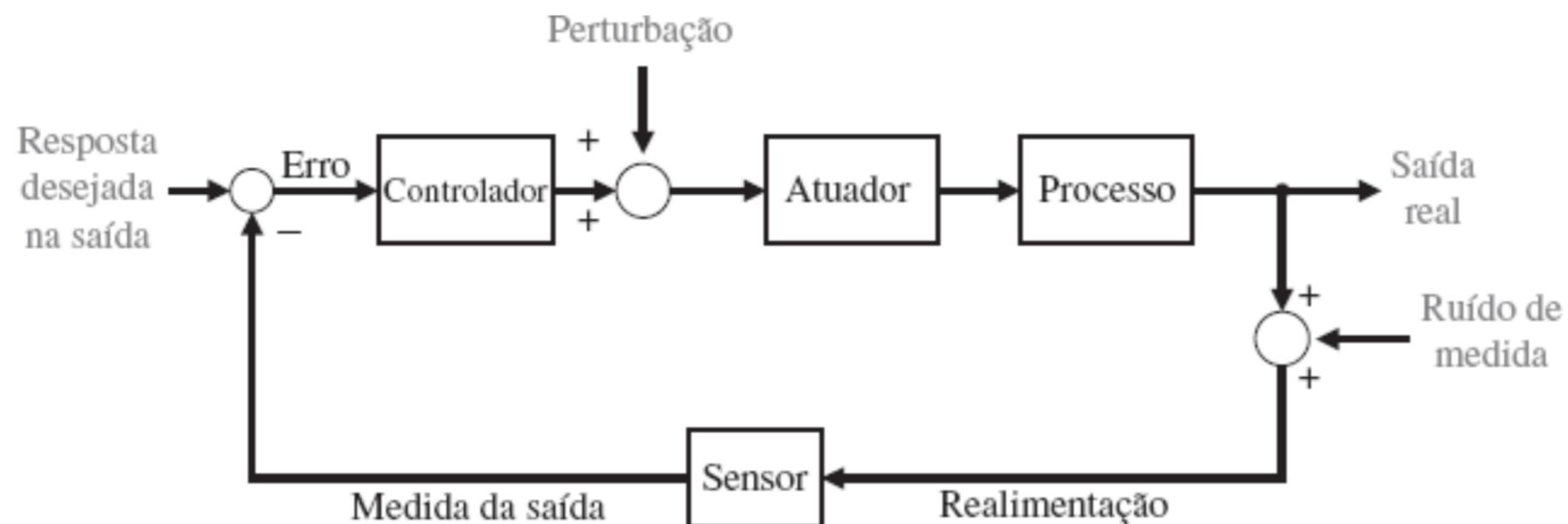


# Malhas de controle

Malha fechando (acrescentando controle ou realimentação):

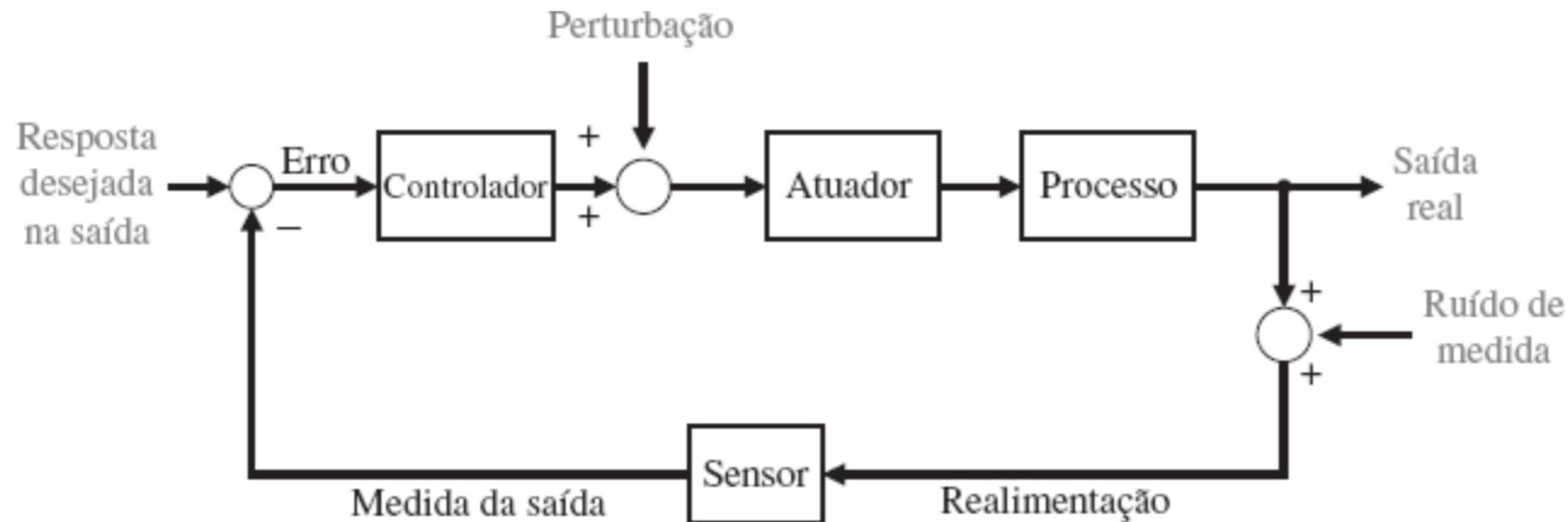


Acrescentando componentes (aproximando do “mundo real”):

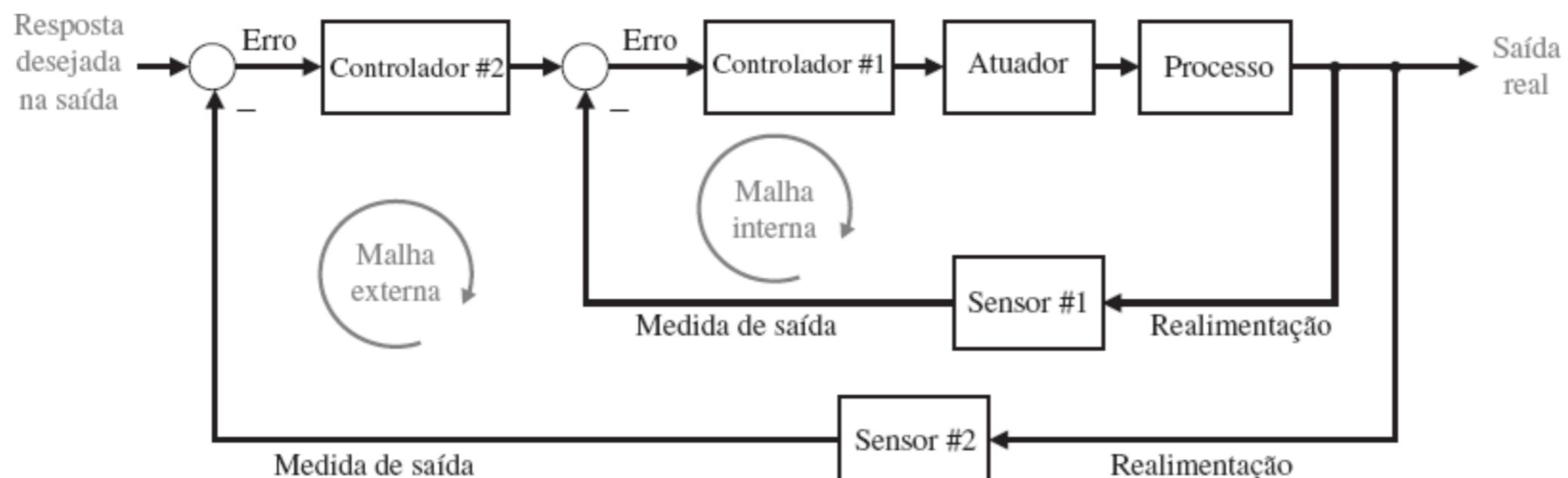


# Malhas de controle

Acrescentando componentes (aproximando do “mundo real”):

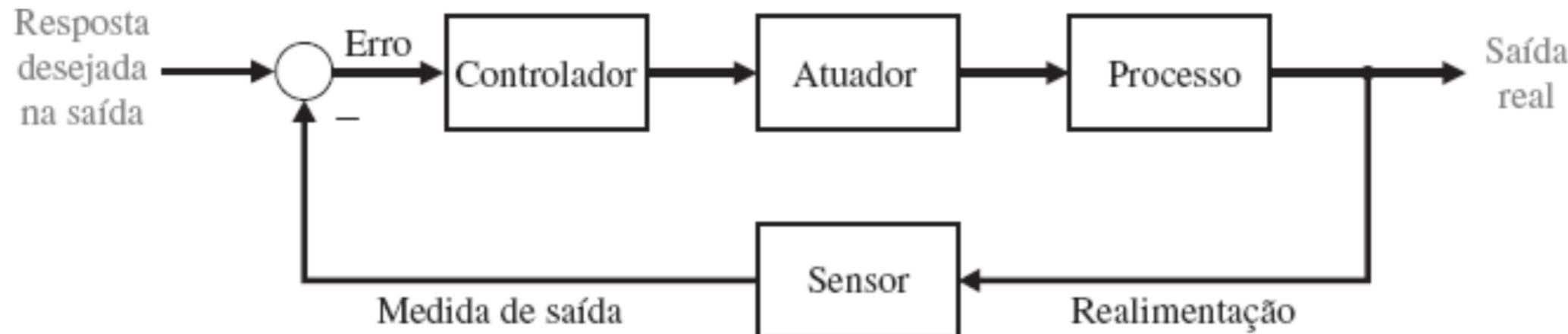


Sistemas com mais de uma realimentação:

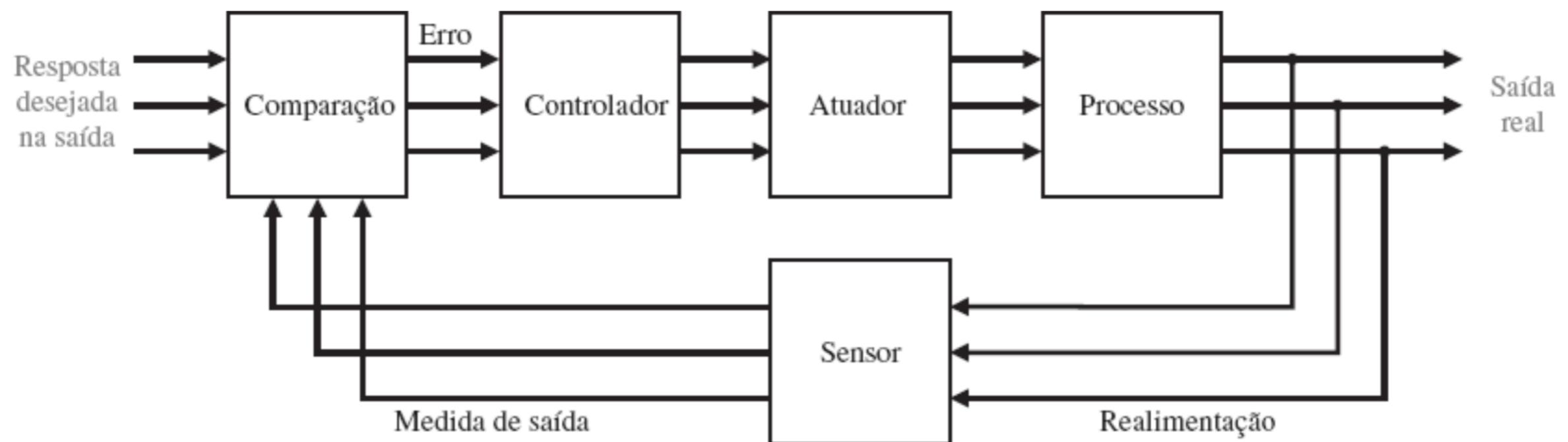


# Malhas de controle

Malha fechando (acrescentando controle ou realimentação):

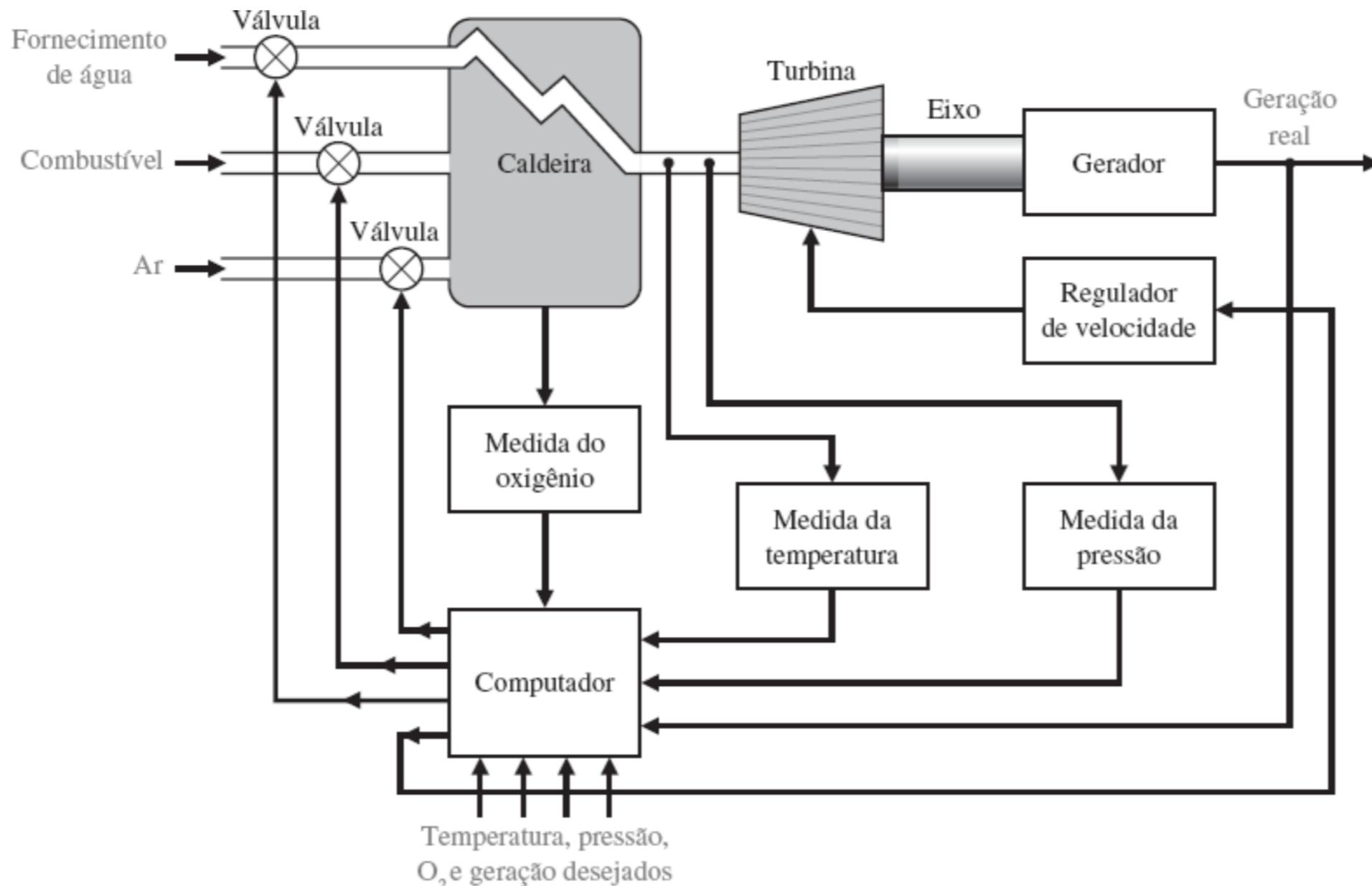


Sistema “MIMO”: Múltiplas Entradas / Múltiplas Saídas

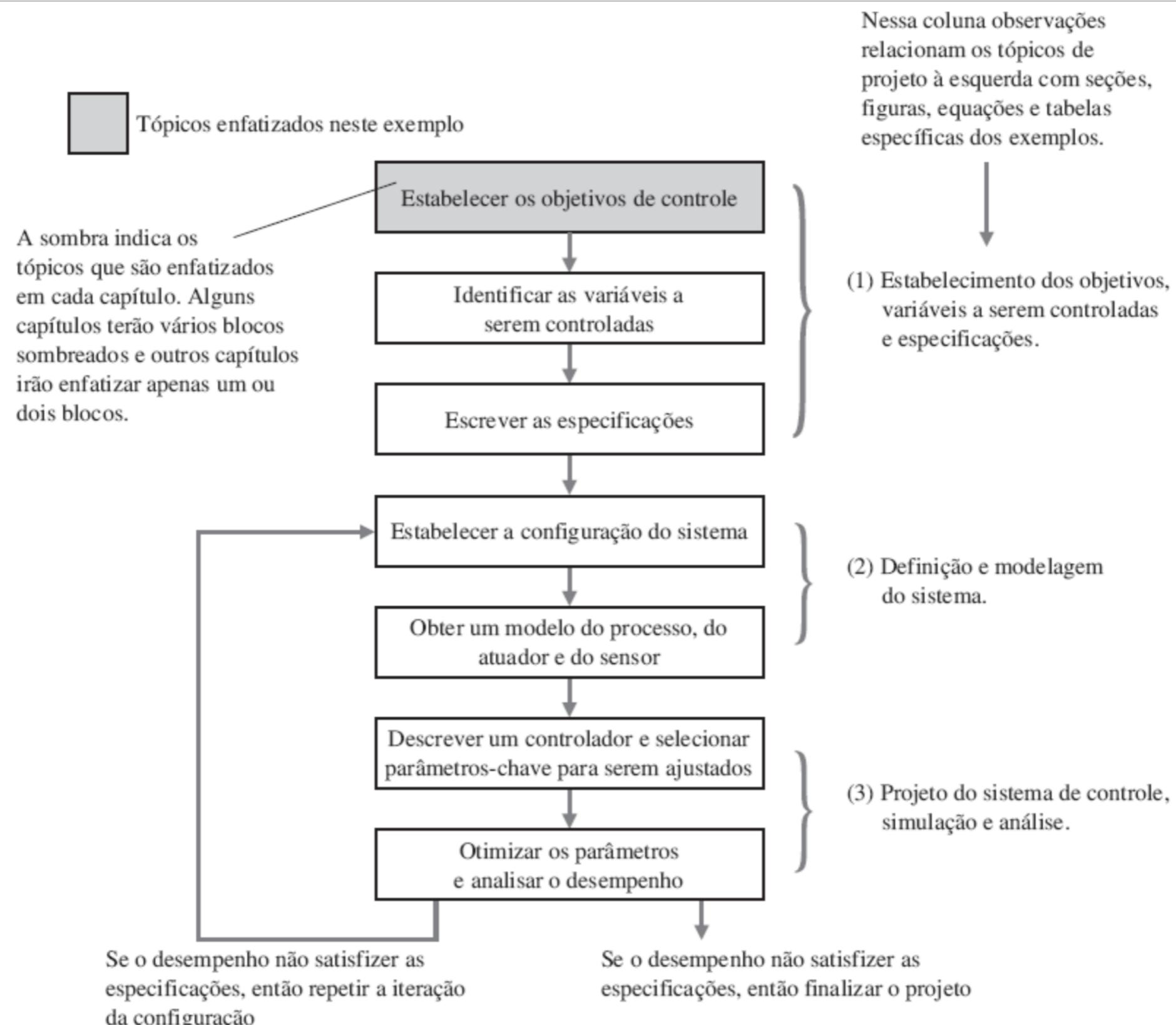


# Malhas de controle

Exemplo:

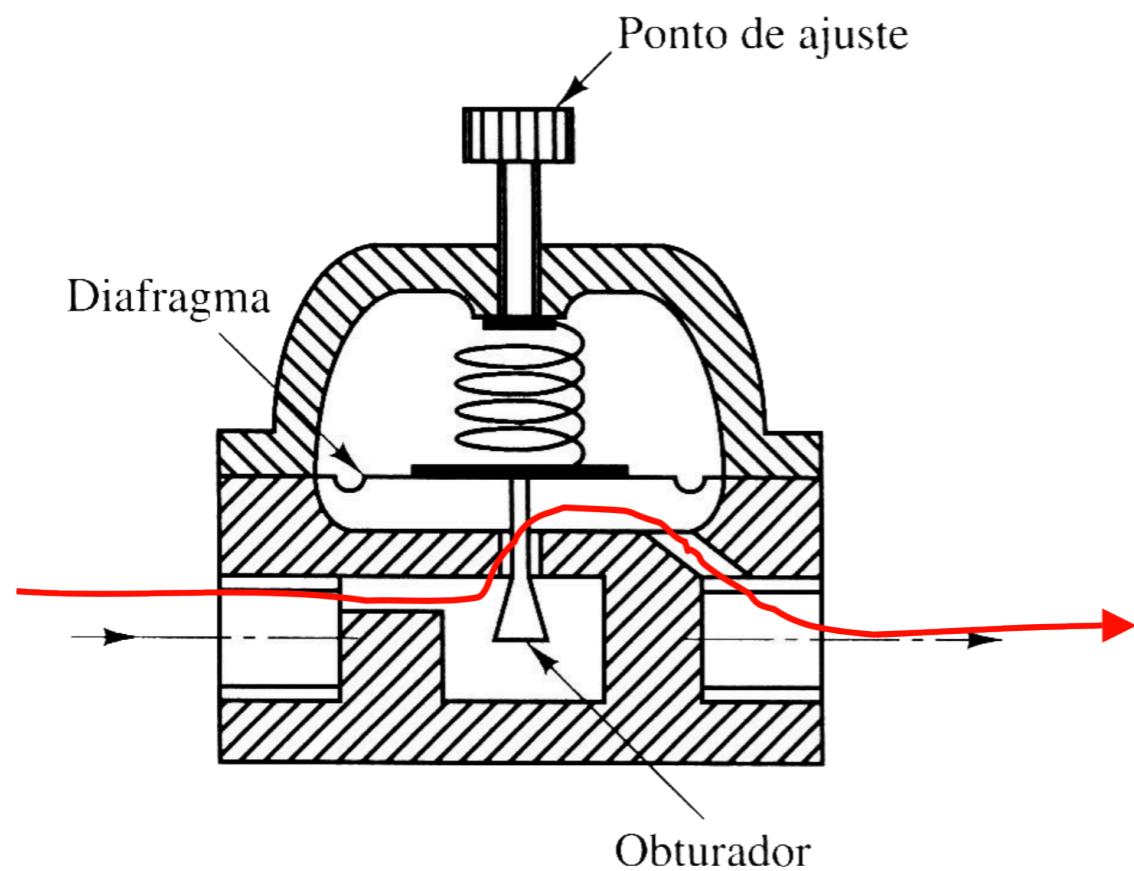


# Projeto de um Sistema de Controle

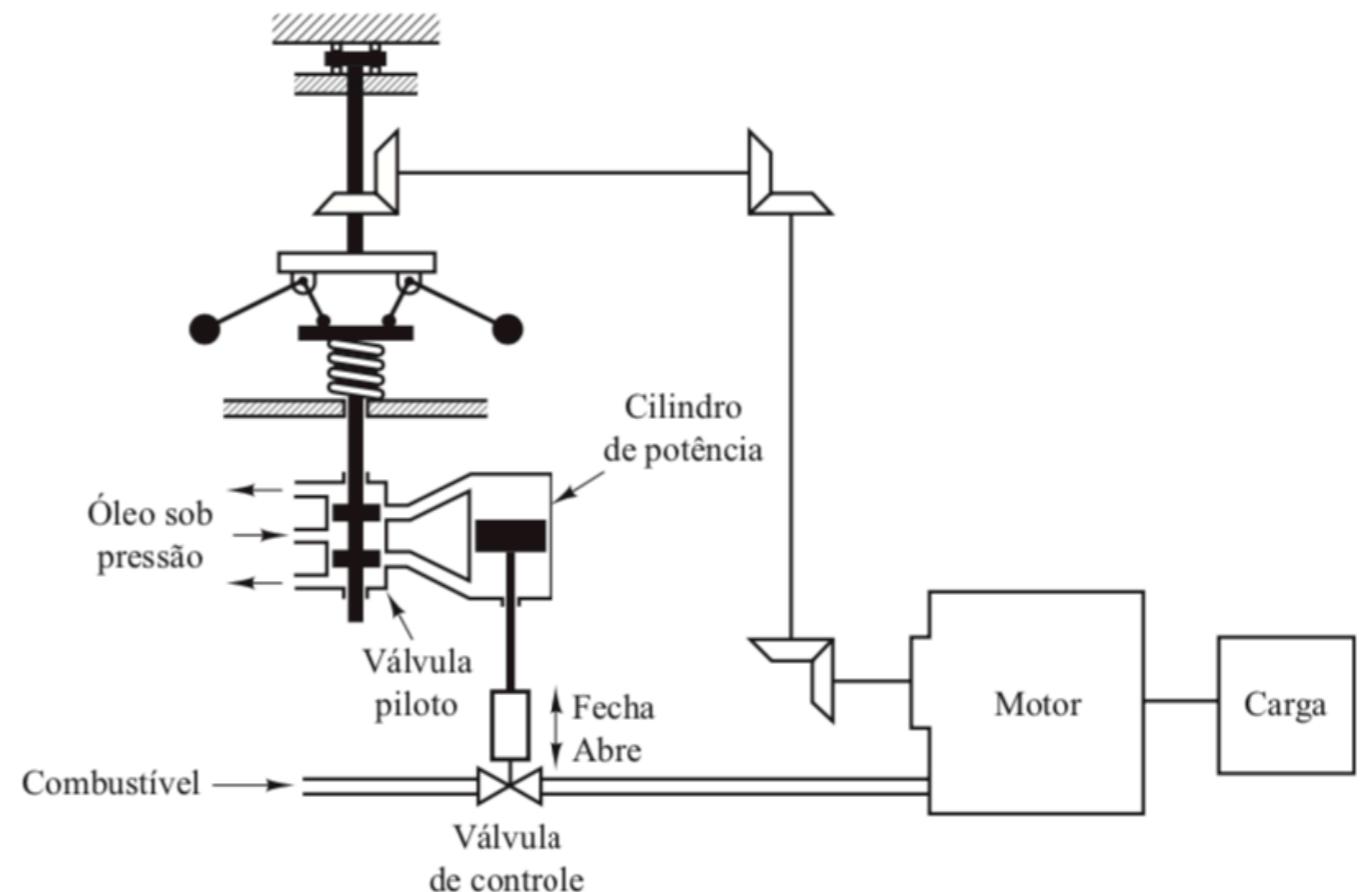


# Controladores

Mecânicos:



Válvula redutora de pressão.  
(Controlador auto-operado)



# Controladores

## ❖ Eletrônicos / $\mu$ Processados

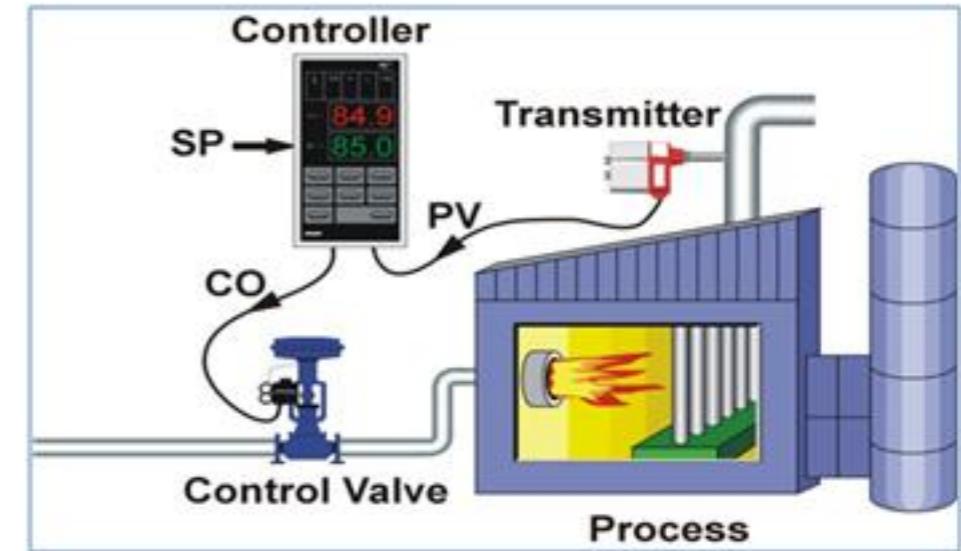
Jargões da área de automação industrial:

SP = Set Point (referência/ponto de ajuste);

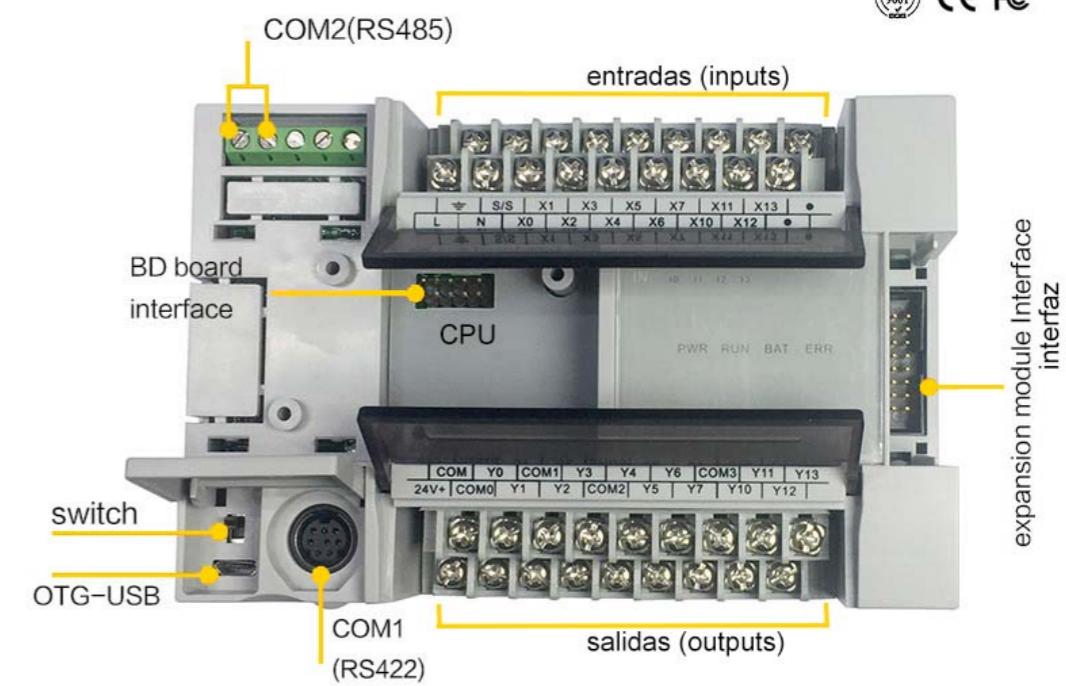
PV = Process Variable (resposta do sistema);

CO = Control Output (sinal de controle).

MV = Manipulated Variable.



Cortesía de **MECON**  
ISO 9001 CE FC



# Ações de Controle

---

- ❖ Controlador de 2 posições ou liga-desliga (on/off);
- ❖ Controlador Proporcional (P)
- ❖ Controlador do tipo Integral (I)
- ❖ Controlador do tipo Proporcional e Integral (PI)
- ❖ Controlador do tipo Proporcional e Derivativo (PD)
- ❖ Controlador do tipo Proporcional, Integrativo e Derivativo (PID)

# Controle de 2 posições (on/off)

- ❖ Possui apenas 2 posições fixas, em muitos casos, simplesmente “ligado” ou “desligado”.
- ❖ Simples e barato, usado industrialmente e em ambiente doméstico (Ex.: estufa de aquecimento → elemento bimetálico).

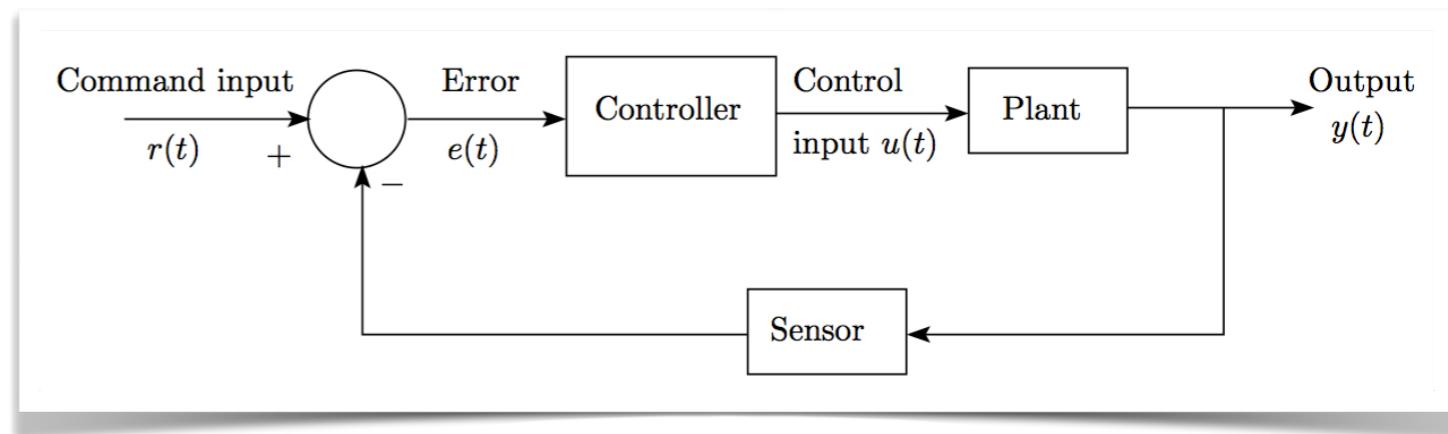
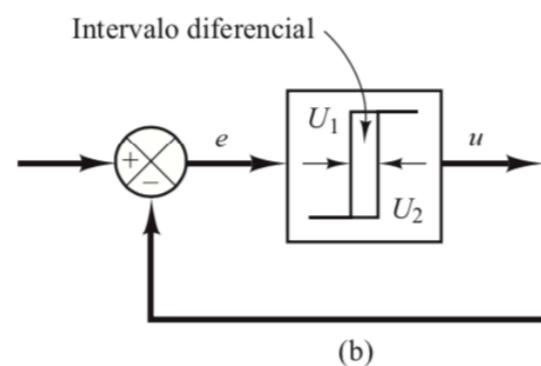
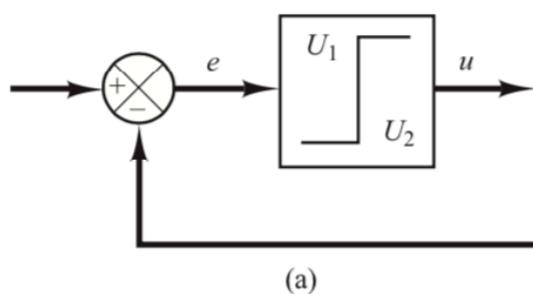
- ❖ Matematicamente:

$$u(t) = \begin{cases} U_1, & \text{para } e(t) > 0 \\ U_2, & \text{para } e(t) < 0 \end{cases}$$

onde  $U_1$  e  $U_2$  são constantes.

O valor mínimo  $U_2$  é usualmente zero ou  $-U_1$ .

- ❖ Diagrama de bloco:



**Exemplo: (a):**

Seja certo processo controle de temperatura, suponha referência,  $r(t) = 15^{\circ}\text{C}$ .

**Caso 1)** temp. ambiente,  $y(t) = 12^{\circ}\text{C} \Rightarrow$

$$e(t) = r(t) - y(t) = 15 - 12 = +3$$

$$\therefore e(t) > 0 \Rightarrow u(t) = U_1 \quad (+)$$

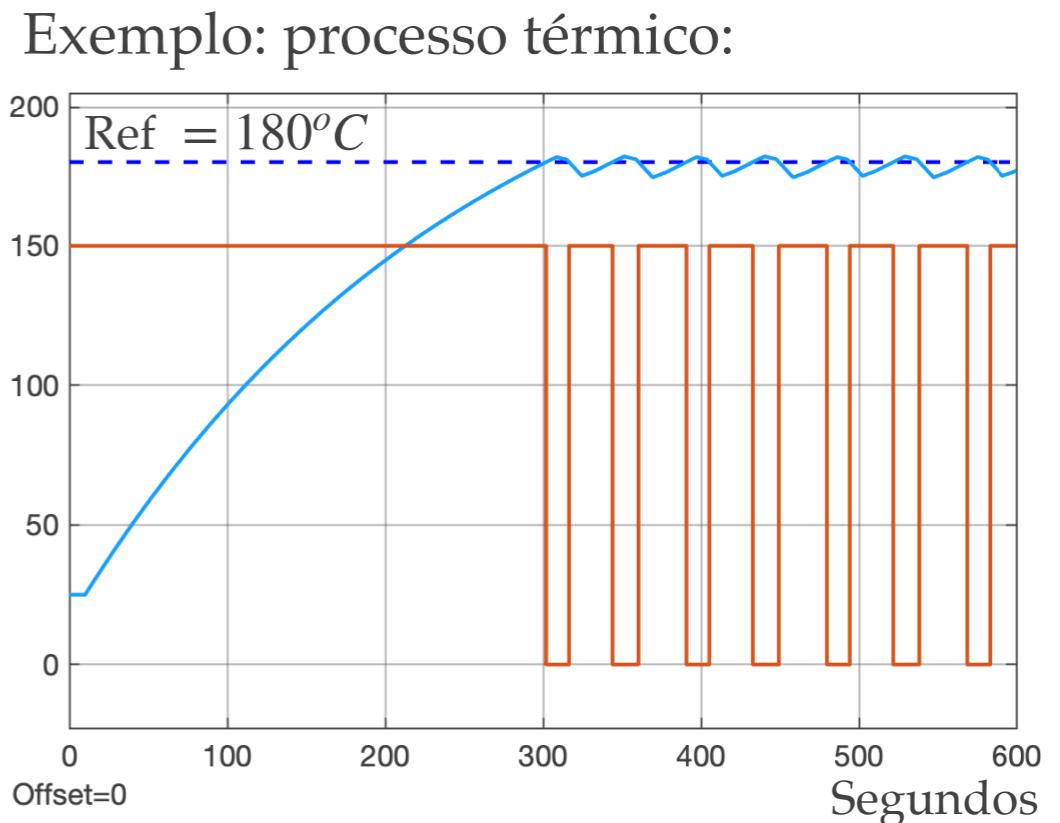
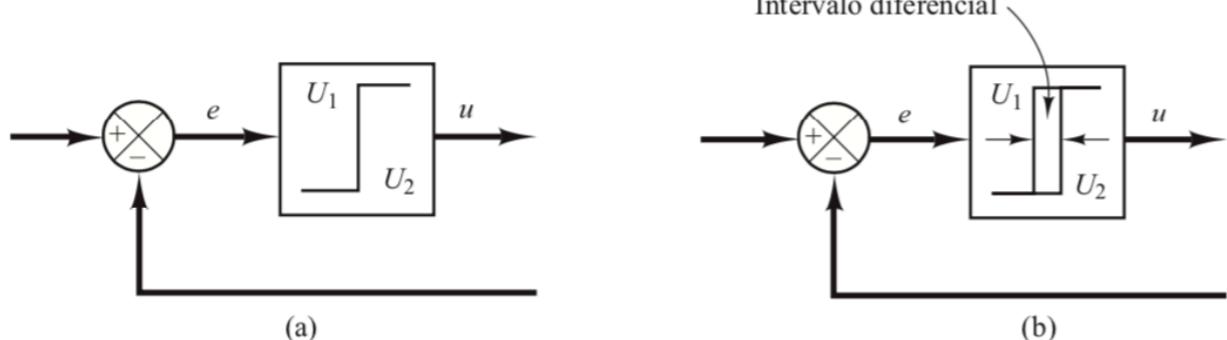
**Caso 2)** temp. ambiente,  $y(t) = 18^{\circ}\text{C} \Rightarrow$

$$e(t) = r(t) - y(t) = 15 - 18 = -3$$

$$\therefore e(t) < 0 \Rightarrow u(t) = U_2 \quad (0)$$

# Controle de 2 posições (on/off)

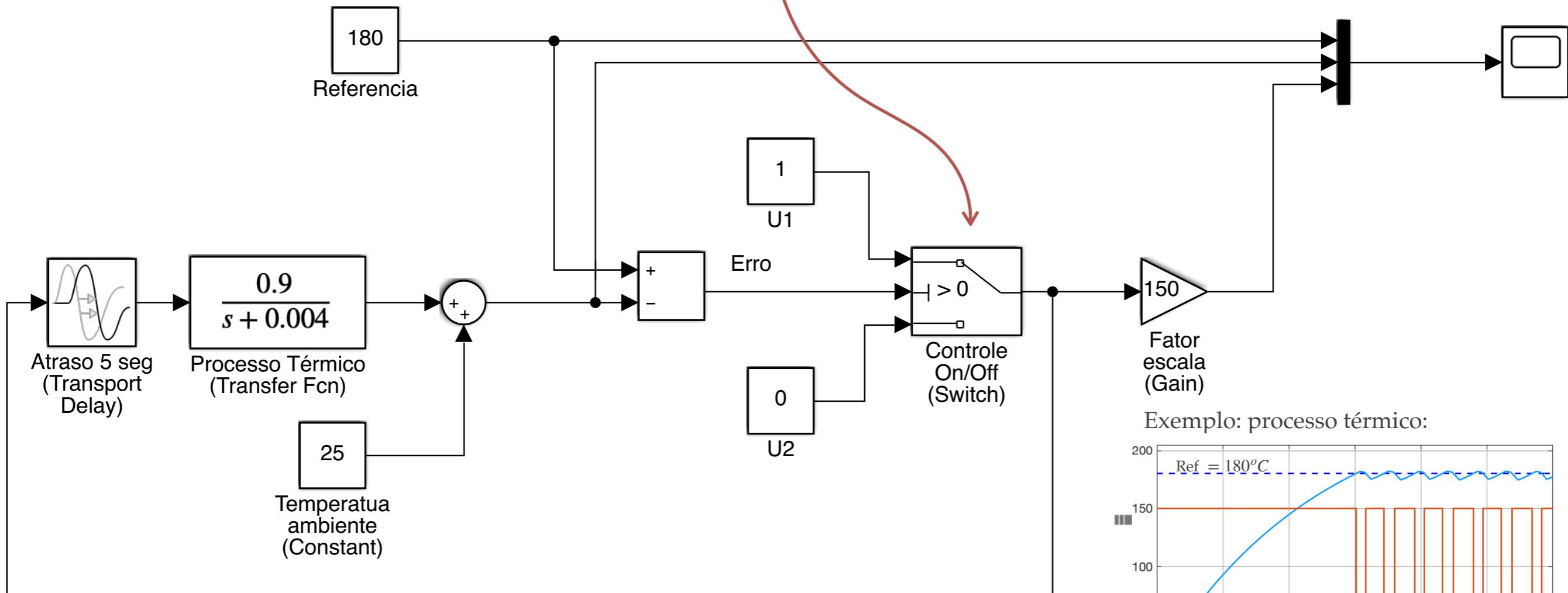
- ❖ Possui apenas 2 posições fixas, em muitos casos, simplesmente “ligado” ou “desligado”.
- ❖ Simples e barato, usado industrialmente e em ambiente doméstico (Ex.: estufa de aquecimento → elemento bimetálico).
- ❖ Matematicamente:  
$$u(t) = \begin{cases} U_1, & \text{para } e(t) > 0 \\ U_2, & \text{para } e(t) < 0 \end{cases}$$
onde  $U_1$  e  $U_2$  são constantes.  
O valor mínimo  $U_2$  é usualmente zero ou  $-U_1$ .
- ❖ Diagrama de bloco:



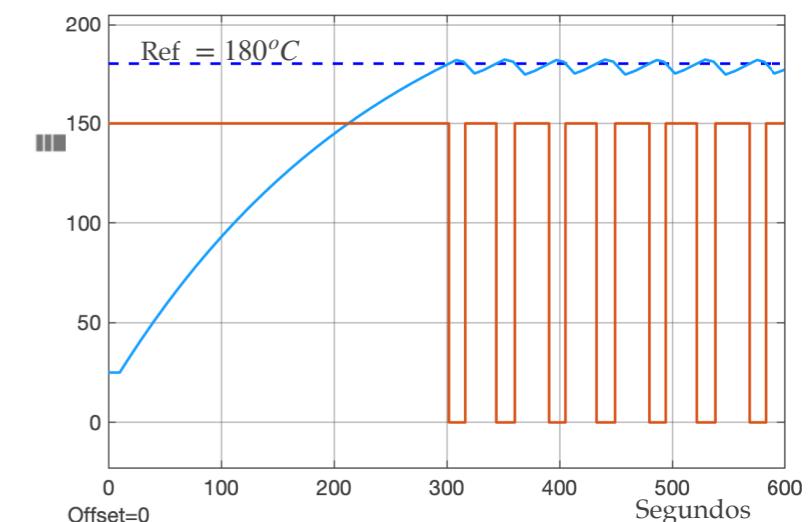
# Controle de 2 posições (on/off)

- Simulação do processo térmico (forno elétrico; temp. Máxima =  $230^{\circ}C$ ):

$$u(t) = \begin{cases} U_1 = 1, \text{ para } e(t) > 0 \\ U_2 = 0, \text{ para } e(t) < 0 \end{cases}$$



Exemplo: processo térmico:



# Controle de 2 posições (on/off)

- ❖ Possui apenas 2 posições fixas, em muitos casos, simplesmente “ligado” ou “desligado”.
- ❖ Simples e barato, usado industrialmente e em ambiente doméstico (Ex.: estufa de aquecimento → elemento bimetálico).

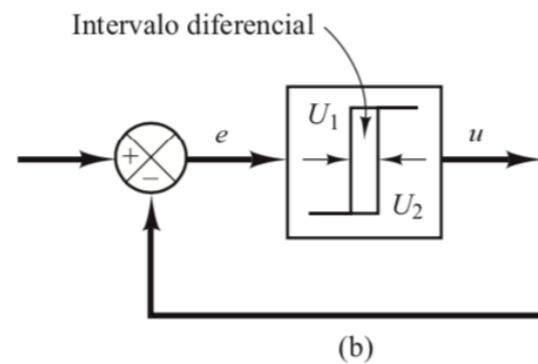
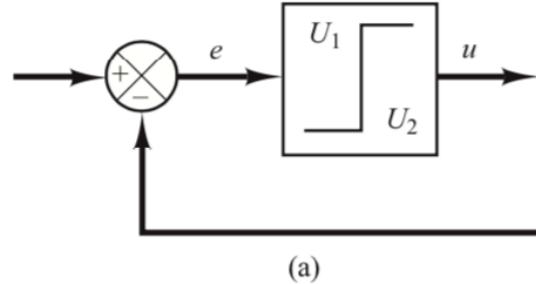
- ❖ Matematicamente:

$$u(t) = \begin{cases} U_1, & \text{para } e(t) > 0 \\ U_2, & \text{para } e(t) < 0 \end{cases}$$

onde  $U_1$  e  $U_2$  são constantes.

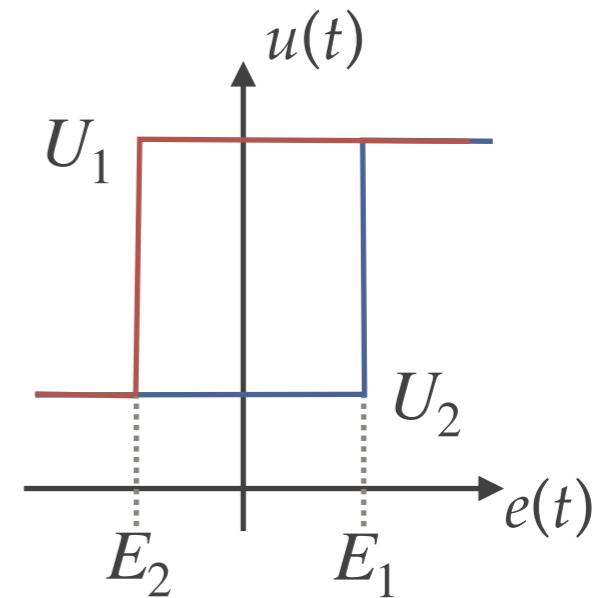
O valor mínimo  $U_2$  é usualmente zero ou  $-U_1$ .

- ❖ Diagrama de bloco:



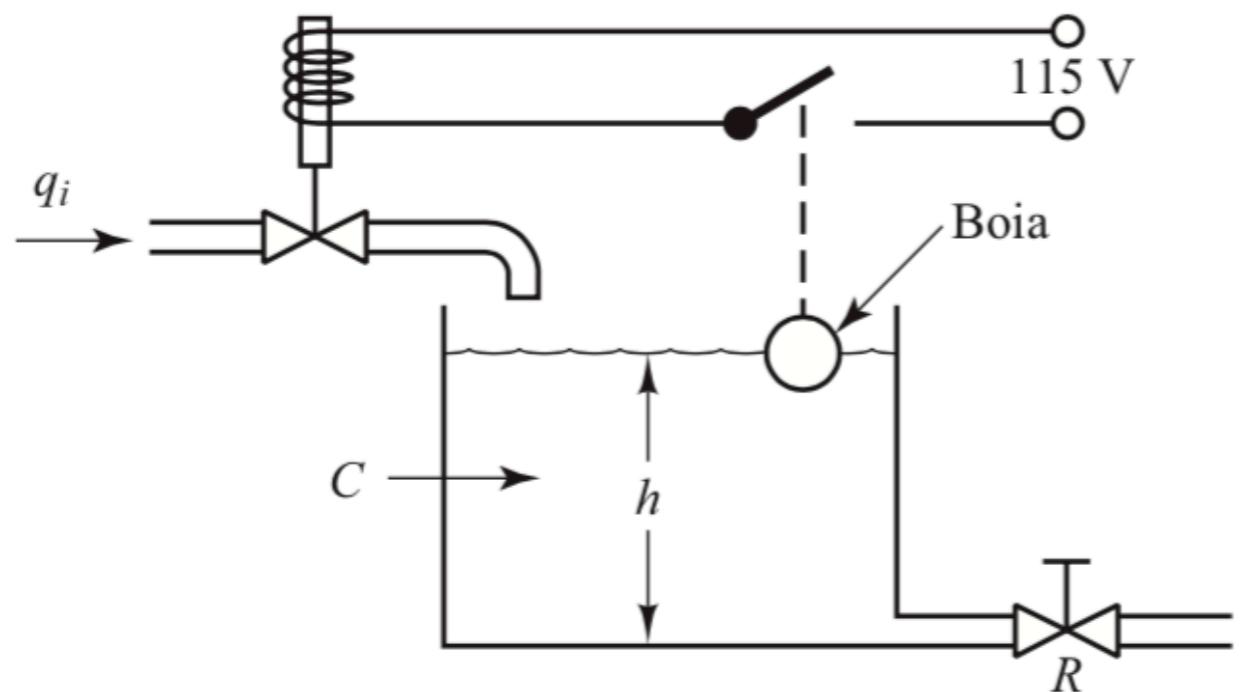
Eventualmente (em processos com ruído), se introduz uma **histerese** no controlador: figura (b), para evitar que o sistema de controle ligue/deslique com freqüência elevada em torno de  $e(t) \cong 0$ :

$$u(t) = \begin{cases} U_1, & \text{para } e(t) > E_1 \\ U_2, & \text{para } e(t) < E_2 \end{cases}$$



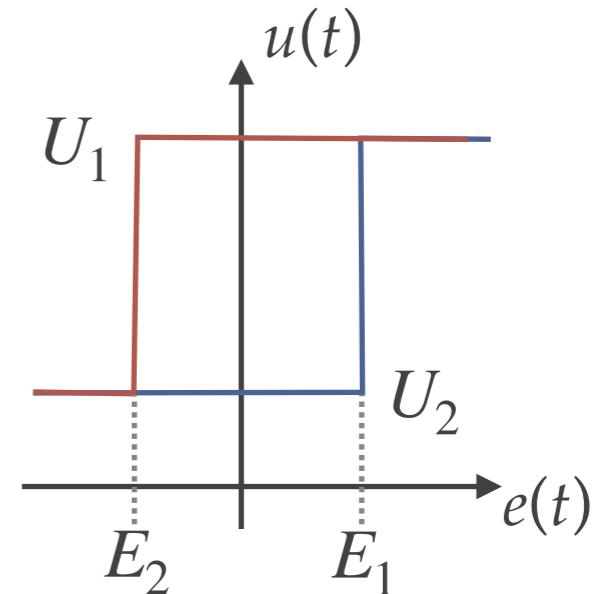
# Controle de 2 posições (on/off)

- ❖ Possui apenas 2 posições fixas, em muitos casos, simplesmente “ligado” ou “desligado”.
- ❖ Simples e barato, usado industrialmente e em ambiente doméstico (Ex.: estufa de aquecimento → elemento bimetálico).
- ❖ Exemplo: controle de nível



Eventualmente (em processos com ruído), se introduz uma histerese no controlador: figura (b), para evitar que o sistema de controle ligue/deslique com freqüência elevada em torno de  $e(t) \cong 0$ :

$$u(t) = \begin{cases} U_1, & \text{para } e(t) > E_1 \\ U_2, & \text{para } e(t) < E_2 \end{cases}$$



# Resumo Ações Básicas de Controle

	u(t)	U(s)/E(s)
Proporcional (P)	$u(t) = K_p \cdot e(t)$	$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$
Integrativo (I)	$u(t) = K_i \int_0^t e(d) dt$	$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$
Proporcional- Integral (PI)	$\begin{aligned} u(t) &= K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt \\ &= K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \end{aligned}$	$\begin{aligned} \frac{U(s)}{E(s)} &= K_p + \frac{K_i}{s} \\ &= K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \end{aligned}$
Proporcional- Derivativo (PD)	$\begin{aligned} u(t) &= K_p e(t) + K_d \cdot \frac{de(t)}{dt} \\ &= K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \frac{U(s)}{E(s)} &= K_p + K_d s \\ &= K_p (1 + T_d s) \end{aligned}$
Proporcional+Integral o+Derivativo (PID)	$\begin{aligned} u(t) &= K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \\ &= K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \frac{U(s)}{E(s)} &= K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \\ &= K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \end{aligned}$

Obs.: Mundo contínuo (plano-s)

# Controle Proporcional (P)

- ❖ O sinal de controle  $u(t)$  é diretamente proporcional ao sinal do erro  $e(t)$ :

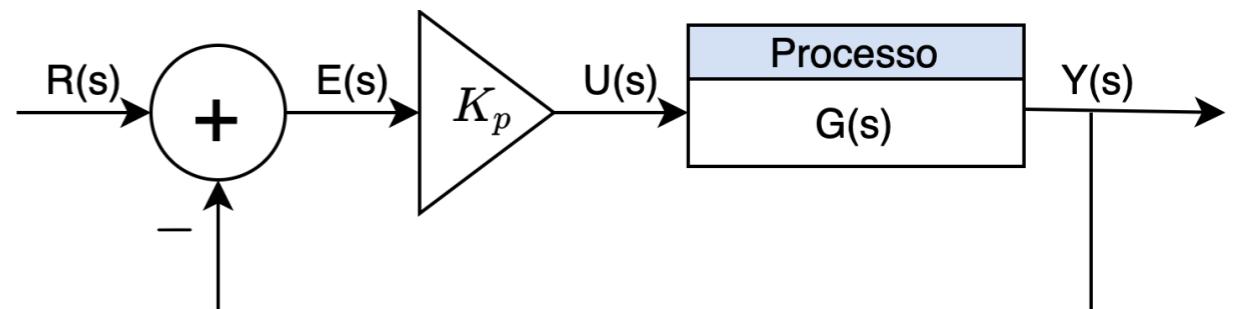
$$u(t) = K_p \cdot e(t)$$

- ## ❖ Transformada de Laplace:

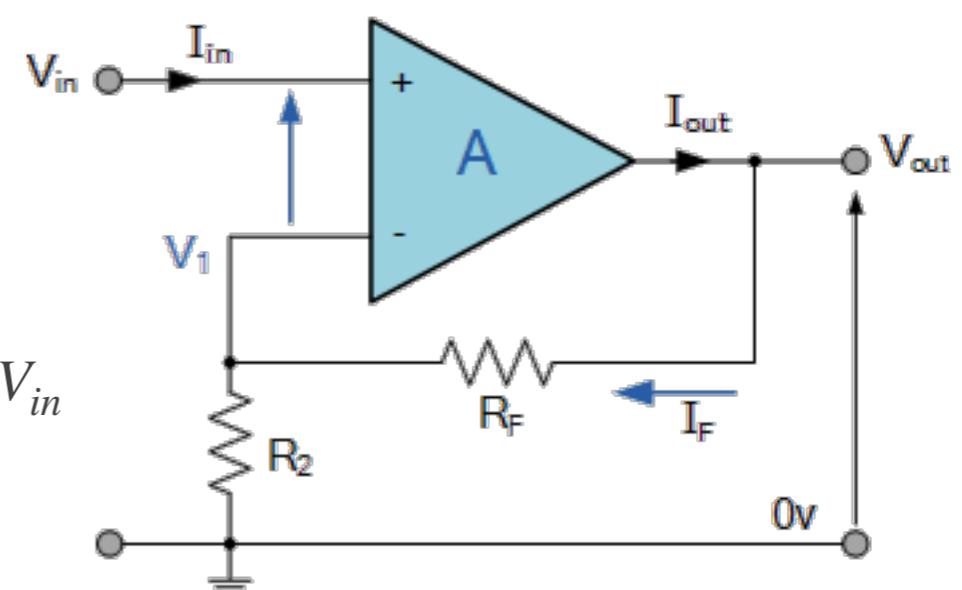
$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

- ❖  $K_p$  é o ganho proporcional.

- ❖ É essencialmente um amplificador de ganho ajustável.



- ### ❖ Circuito Analógico:



$$V_{out} = \frac{R_2 + R_f}{R_2} V_{in} = \left(1 + \frac{R_f}{R_2}\right) V_{in}$$

# Ação de Controle Integral (I)

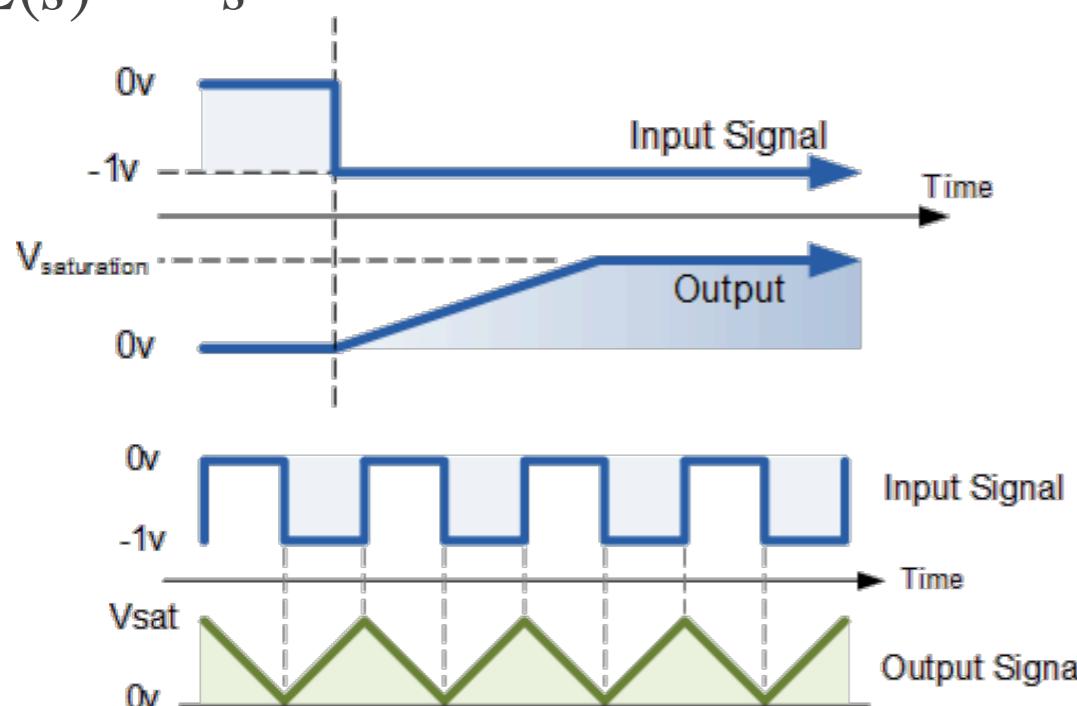
- ❖ O valor da saída  $u(t)$  é modificado a uma taxa proporcional à:

$$u(t) = K_i \int_0^t e(d) dt, \text{ ou,}$$

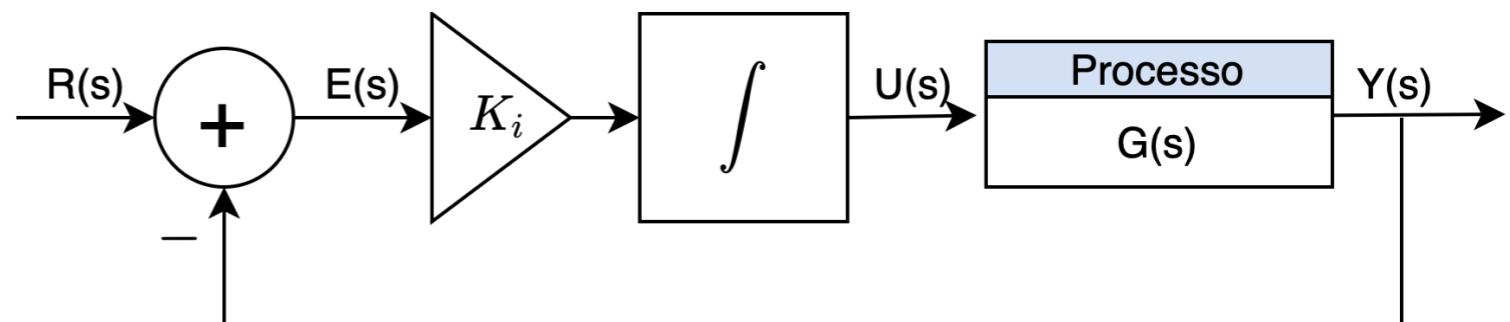
$$\frac{du(t)}{dt} = K_i e(t)$$

- ❖ A função transferência deste controlador é:

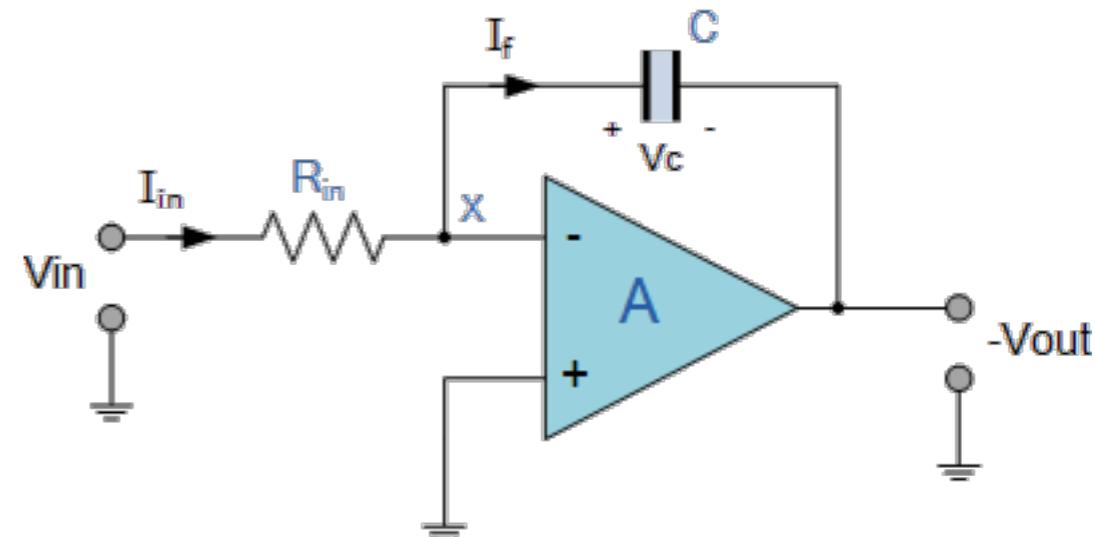
$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_1}{s}$$



- ❖ Diagrama de Blocos:



- ❖ Circuito analógico:



$$V_{out} = -\frac{1}{R_{in}C} \int_0^t V_{in} dt$$

# Ação Proporcional-Integral (PI)

- Esta ação de controle é definida por:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt$$

- Função transferência:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s}$$

- Eventualmente:

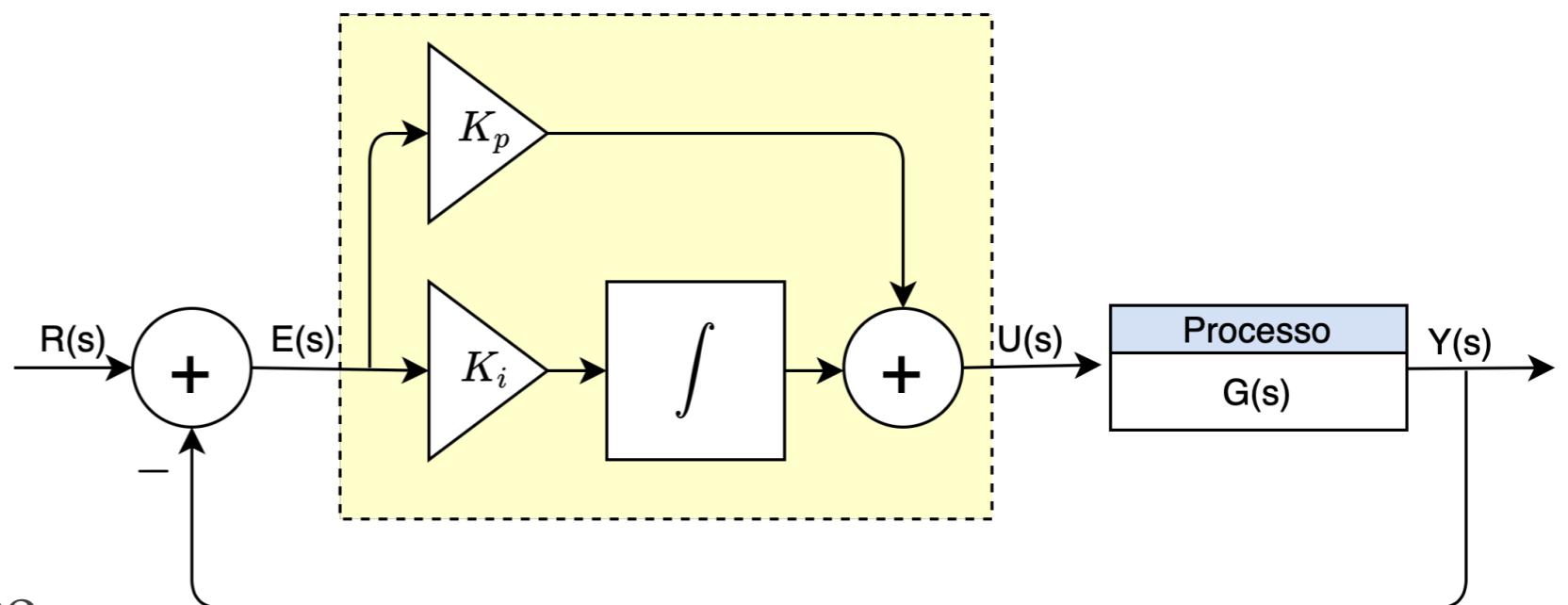
$$K_i = \frac{K_p}{T_i};$$

onde  $T_i$  corresponde ao tempo integrativo.

Neste caso:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

- Diagrama de Blocos:



# Ação Proporcional-Derivativa (PD)

- ❖ Neste caso:

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \cdot \frac{de(t)}{dt}$$

- ❖ Função transferência:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + K_d s$$

- ❖ Eventualmente:

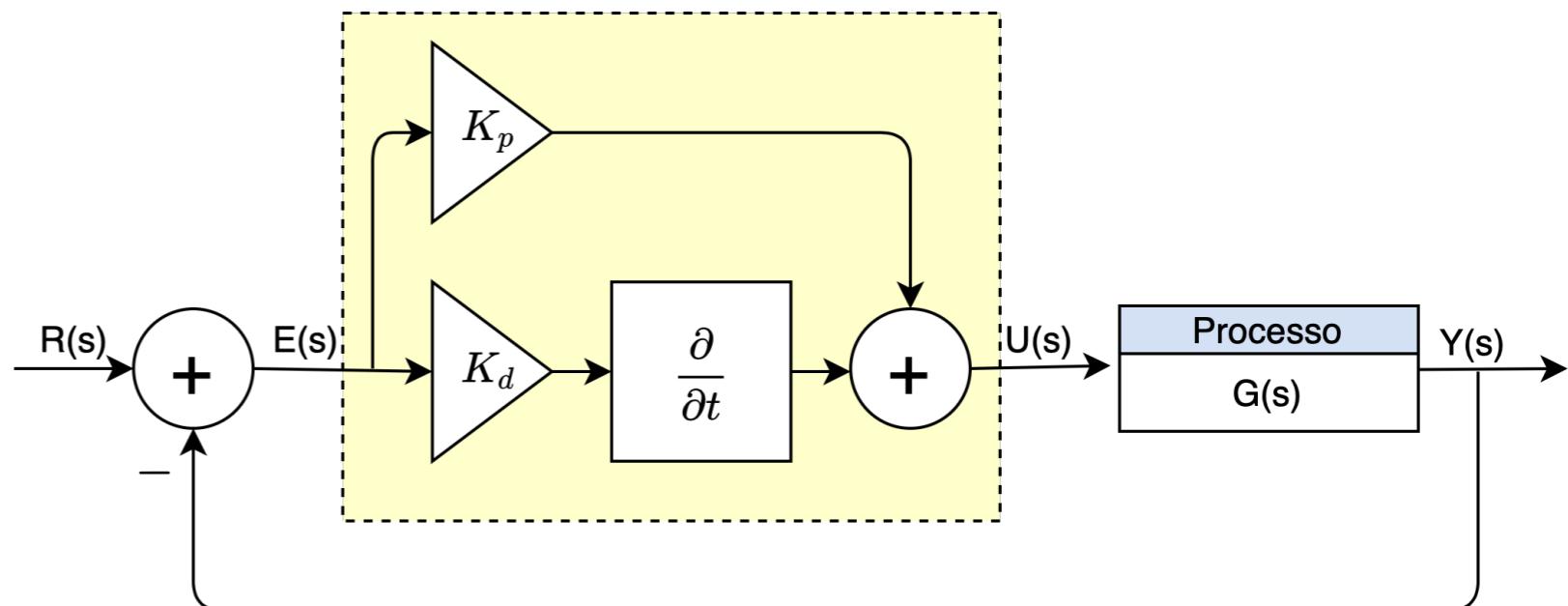
$$K_d = K_p \cdot T_d$$

onde  $T_d$  corresponde ao tempo derivativo.

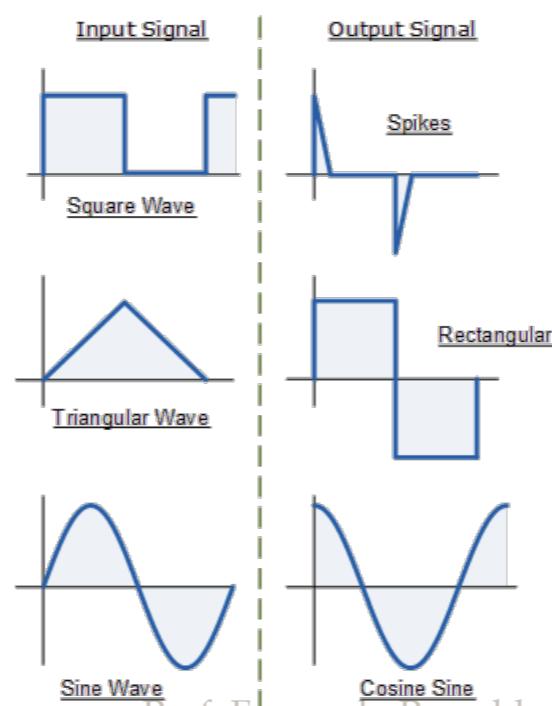
Neste caso:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p (1 + T_d s)$$

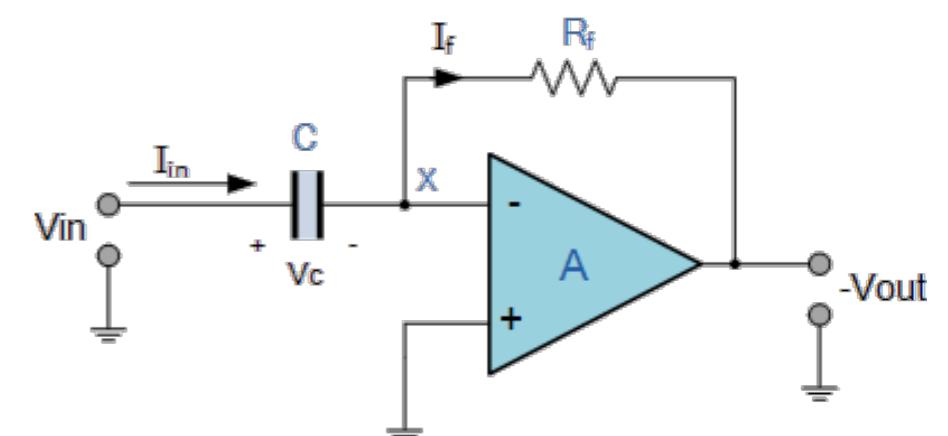
- ❖ Diagrama de Blocos:



- ❖ Circuito Analógico:



$$V_{out} = -R_f C \frac{dV_{in}}{dt}$$



# Ação Proporcional-Integral-Derivativa (PID)

- ❖ Combinação das ações de controle proporcional+integral+derivativo:

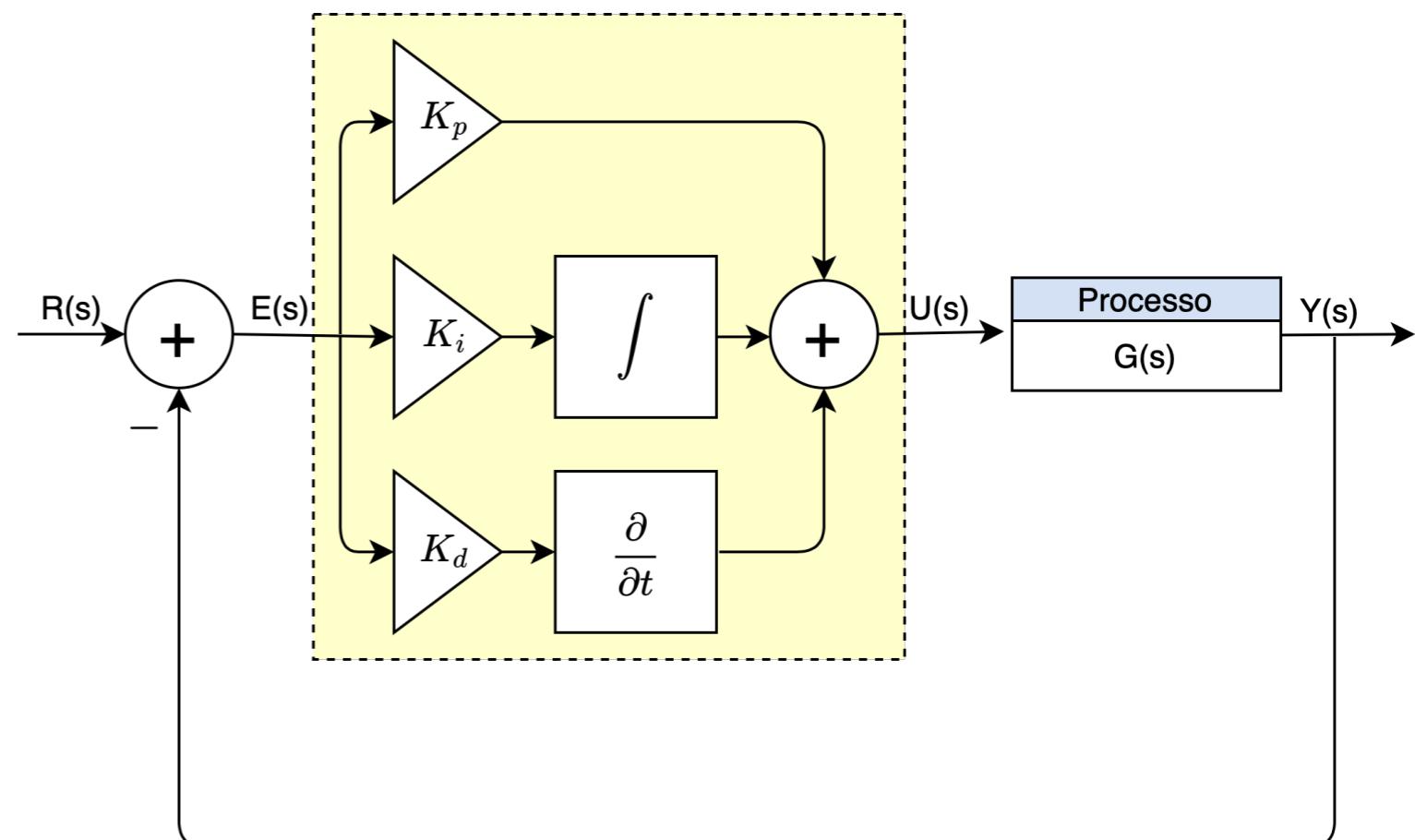
$$u(t) = K_p e(t) + \underbrace{K_i}_{= \frac{K_p}{T_i}} \int_0^t e(t) dt + \underbrace{K_d}_{= K_p T_d} \frac{de(t)}{dt}$$

- ❖ Função transferência:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s, \text{ ou:}$$

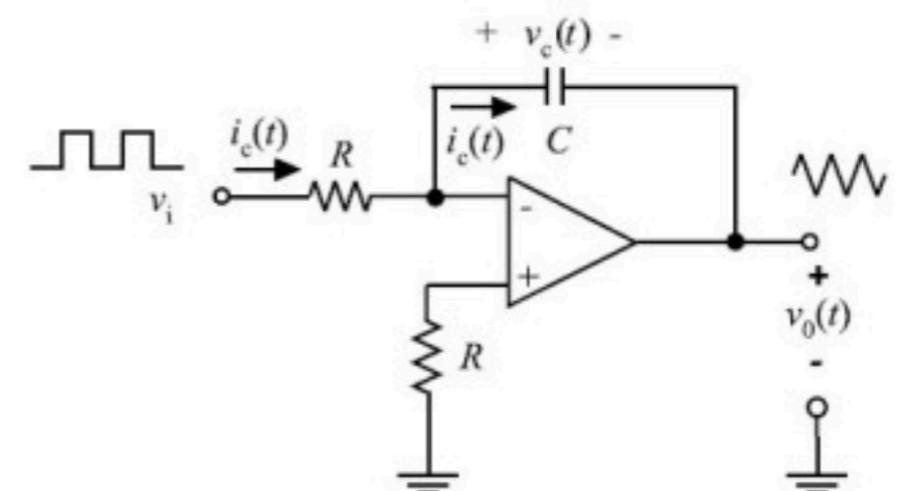
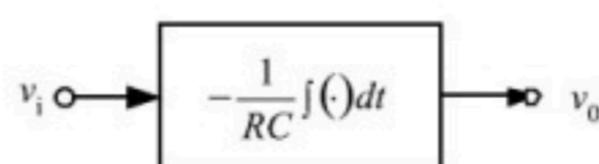
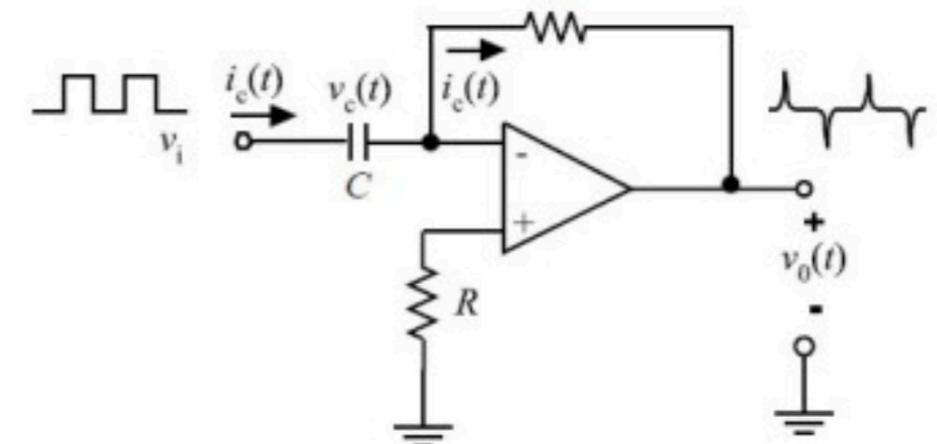
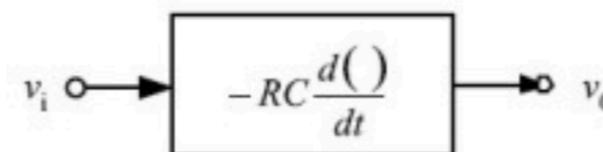
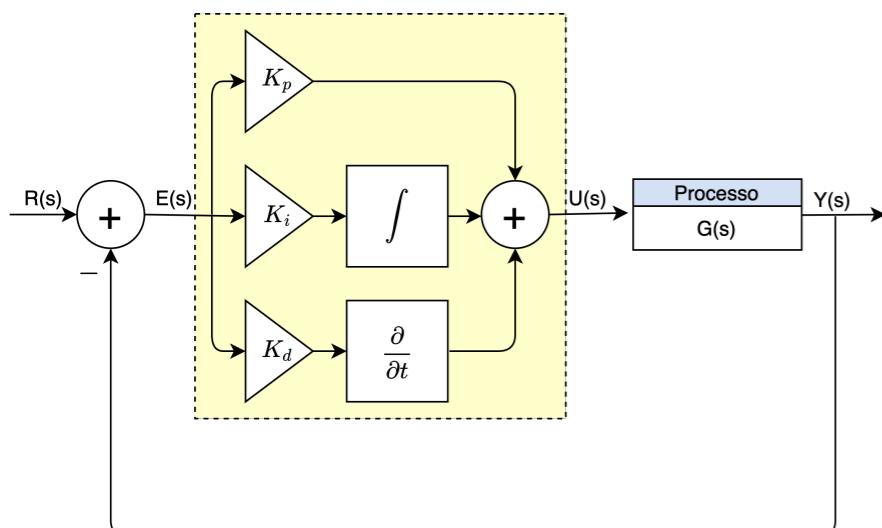
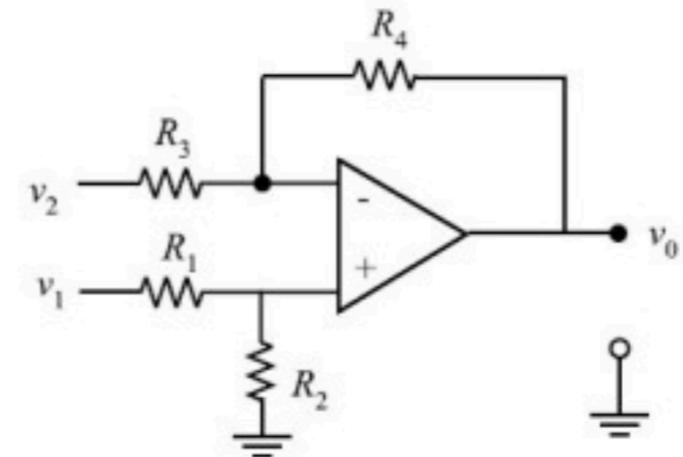
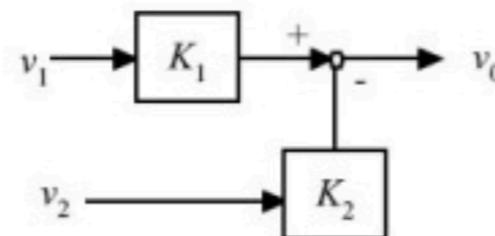
$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

❖ Diagrama de Blocos:



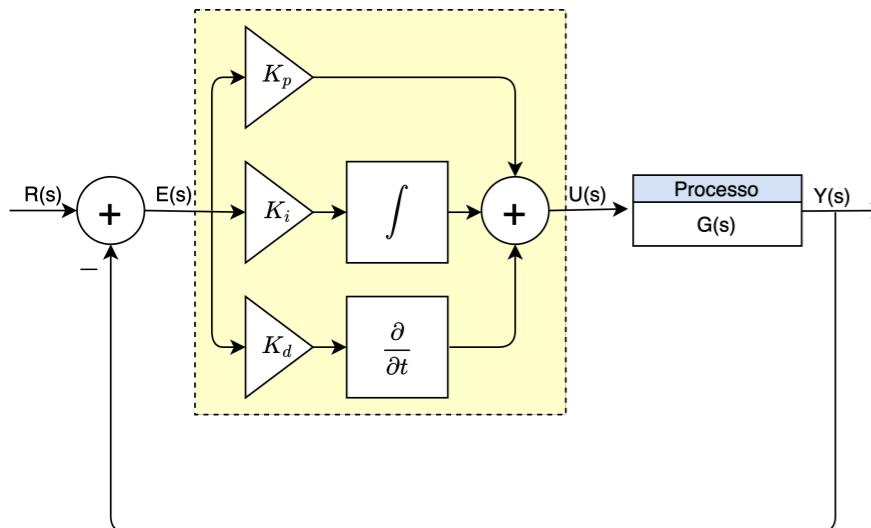
# Ação Proporcional-Integral-Derivativa (PID)

- Circuitos ⇒ Estruturas básicas:

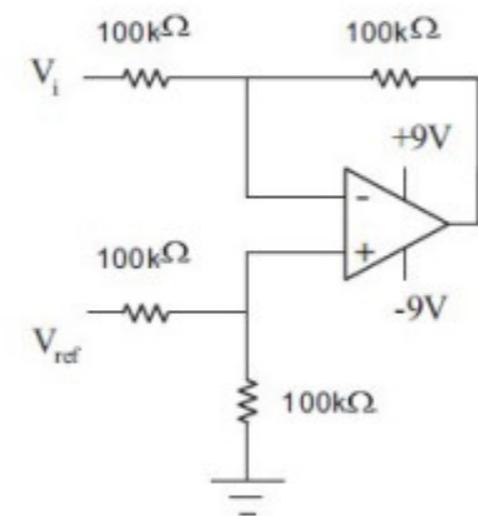


# Ação Proporcional-Integral-Derivativa (PID)

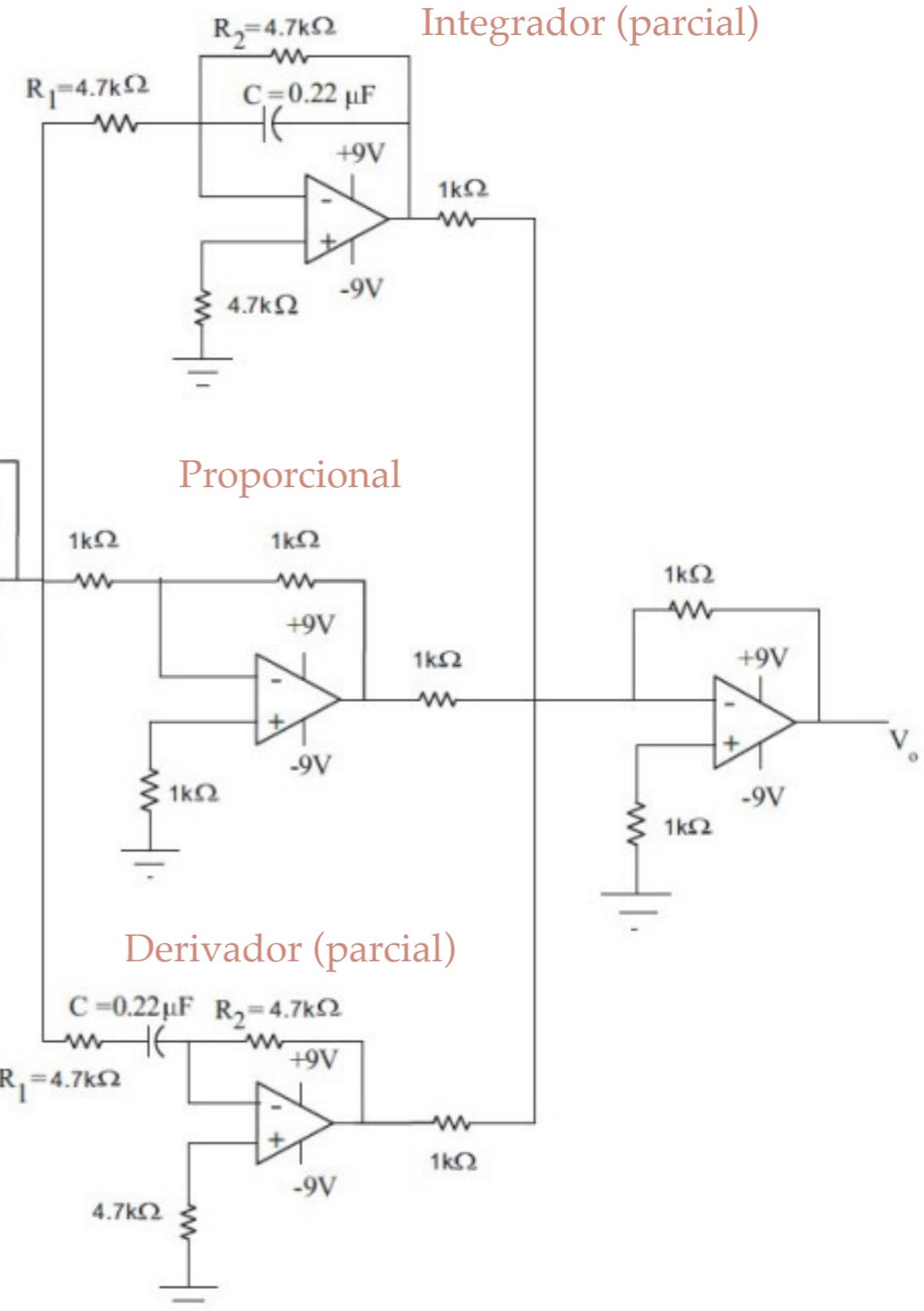
- ❖ Circuito 2) Exemplo de PID analógico



Somador



Amp.Op.s = LM385



Ref.: Analog PID Control Using Op-Amps (<https://neelpmehta.wordpress.com/analog-pid-control-using-op-amps/> -  
acessado em Ago/2020)

# Outras ações de Controle

- ❖ Controlador por Atraso de Fase (Lag)  $\rightarrow \cong$  PI;
- ❖ Controlador por Avanço de Fase (Lead)  $\rightarrow \cong$  PD;
- ❖ Controlador por Avanço-Atraso de Fase (Lead-Lag)  $\rightarrow \cong$  PID
- ❖ Diferença em relação aos anteriores: estes podem ser construídos usando redes passivas (circuitos RC).