

# Tutorial: Ajuste de Controladores PID

## Métodos de Ziegler-Nichols

Fernando Passold

**Fernando Passold**

Universidade de Passo Fundo  
Curso de Engenharia Elétrica  
E-mail: fpassold@upf.br

Versão: Maio, 2010

## 1 Introduction

Os métodos de Ziegler-Nichols criados por John G. Ziegler e Nathaniel B. Nichols foram introduzidos por em **1942** como uma proposta de sintonia de controladores PID e hoje são considerados clássicos. Se assume que o sistema possa ser aproximado pela seguinte função transferência:

$$y(s) = \frac{K \cdot e^{-s \cdot \tau_{Dead}}}{(s + \tau)} \quad (1)$$

A figura 1 mostra a característica de resposta típica para este tipo de processo (de primeira ordem com atraso de transporte).

Estes métodos continuam a ser largamente aplicados até hoje, mesmo em sua forma original, mas mais costumeiramente em alguma forma modificada. Os dois métodos básicos de ajuste de Ziegler-Nichols visam obter uma mesma resposta pré-especificada para o sistema em malha fechada, e diferem no que diz respeito à natureza da informação sobre a dinâmica do processo que é exigida por cada um deles.

Este método é realizado ajustando os ganhos Integrativos e Derivativos (de um PID) à zero e incrementando o ganho  $K_p$  até que a saída do sistema comece a oscilar numa amplitude constante. Quando isto sucede, foi encontrado o ganho crítico (máximo) que pode ser aplicado ao processo,  $K_u$  (ou *ultimate gain*) – ver figura 2. O sistema oscila então com período de oscilação igual à  $T_u$  e de posse destes dados, Ziegler-Nichols sugerem a tabela 1 com parâmetros para sintonia de um controlador P, PI ou PID.

O método de Ziegler-Nichols propicia resultados aceitáveis para a grande maioria dos casos mas não conduz a um resultado ótimo para todas as aplicações. Este método de ajuste foi desenvolvido de forma a garantir uma melhor rejeição à perturbações para o sistema mas não garante os melhores resultados com relação ao seguimento de uma referência. Além do mais, por se tratar de um método algo “agressivo”, rende sobrepasos (*overshoots*) consideráveis e portanto não é aconselhando para sistemas onde se deseja uma resposta super-amortecida.

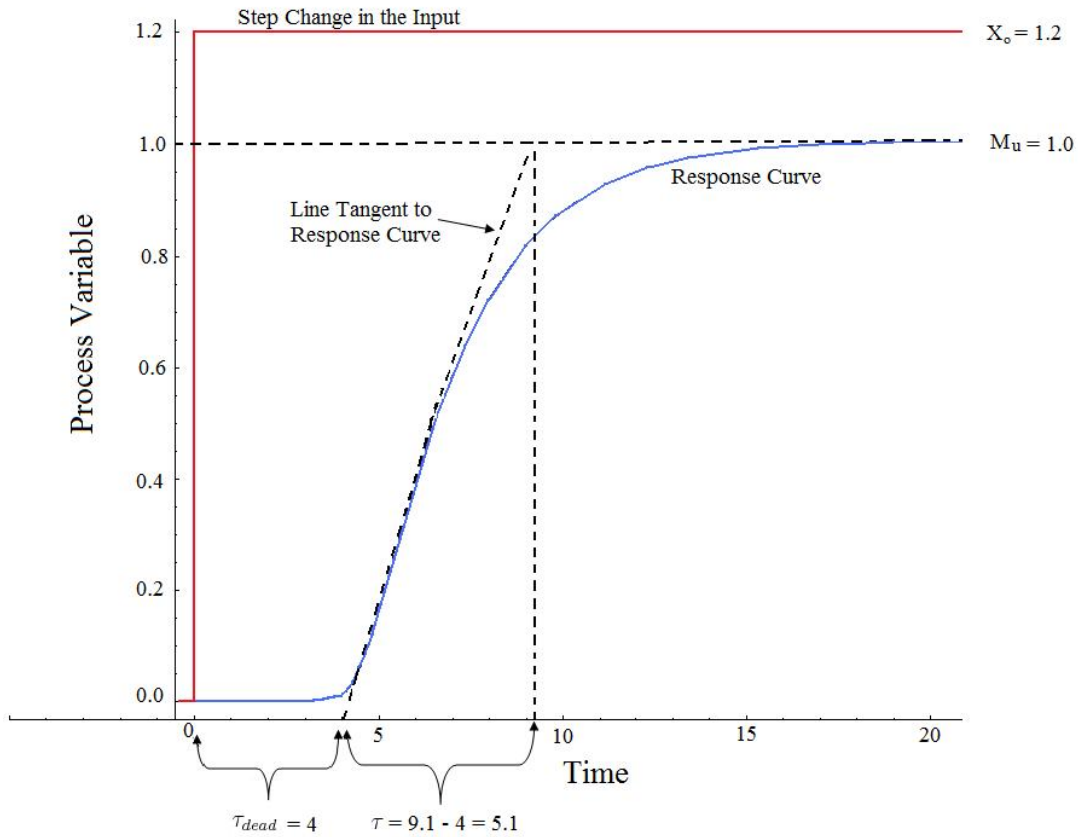


Figura 1: Resposta típica de processo de primeira ordem com atraso no tempo.

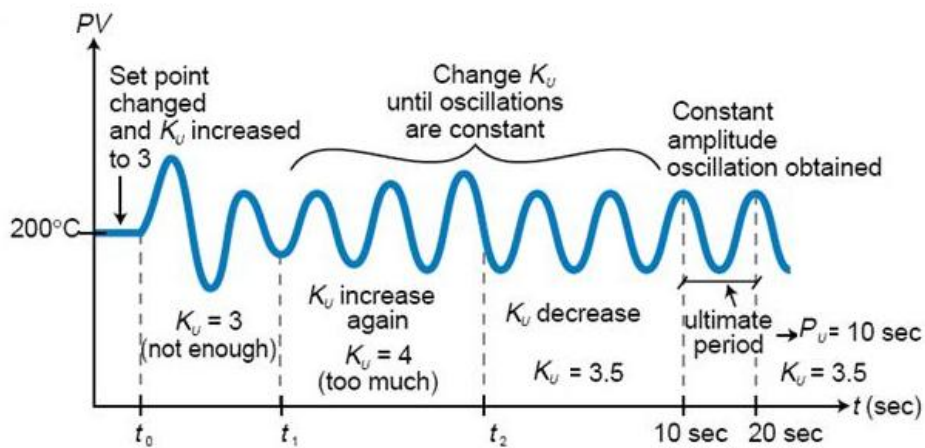


Figura 2: Método tradicional de sintonia de Ziegler-Nichols.

Tipo de Controlador	$K_p$	$K_i$	$K_d$
P	$K_u/2$	-	-
PI	$K_u/2, 2$	$T_u/1, 2$	-
PID	$K_u/1, 7$	$T_u/2$	$T_u/8$

Tabela 1: Método de Ziegler-Nichols.

### 1.1 Vantagens

- Fácil de implementar; somente se necessita modificar o ganho do controlador  $P$ ;
- Inclue toda a dinâmica do processo, o que dá uma imagem mais precisa de como o sistema está se comportando.
- Capacidade de rejeitar rapidamente perturbações injetadas no processo.

### 1.2 Desvantagens

- Procedimento que demanda muito tempo (*time consuming experiment*);
- Pode fazer o sistema se aventurar por regiões instáveis, ao testar o controlador  $P$ , o que pode levar a um sistema fora de controle;
- Consideráveis overshoots – aproximadamente 50%;

### 1.3 Outros Métodos

Uma alternativa para a sintonia de controladores PI e PID foi proposta Tyreus e Luyblen. Trata-se da tabela, cujo método é também conhecido pela sigla “método de TLC”. Estes valores sugeridos tendem a reduzir os efeitos de oscilação e aumentar a robustez do sistema.

Tipo de Controlador	$K_c$	$T_i$	$T_d$
PI	$K_u/3, 2$	$2, 2 P_u$	–
PID	$K_u/2, 2$	$2, 2 P_u$	$P_u/6, 3$

Tabela 2: Parâmetros de sintonia de Tyreus-Luyben.

Outros autores [2], sugerem outros parâmetros para sintonia de um controlador PID, conforme pode ser visto na tabela 3.

Tipo de Regra	Parâmetros de Sintonia		
	$K_p$	$T_i$	$T_d$
Clássico Ziegler-Nichols	$0, 6 K_u$	$0, 5 T_u$	$0, 125 T_u$
Regra de Integração de Pessen	$0, 7 K_u$	$0, 4 T_u$	$0, 15 T_u$
Algo de overshoot	$0, 33 K_u$	$0, 5 T_u$	$0, 33 T_u$
Nada de overshoot	$0, 2 K_u$	$0, 5 T_u$	$0, 33 T_u$

Tabela 3: Outras regras para sintonia de um PID.

O método da **resposta ao salto**, ou **método do domínio do tempo**, requer o conhecimento de duas grandezas que caracterizam a resposta ao salto de um processo. Já o método da **realimentação por relé**, ou **método da período crítico**, exige o conhecimento de duas grandezas características da resposta em frequência do processo. Uma vez obtidas estas informações, basta recorrer a fórmulas extremamente simples para calcular os ganhos do controlador. Estas fórmulas foram determinadas de maneira empírica por meio de ensaios de processos industriais típicos. As fórmulas originalmente propostas por Ziegler e Nichols fornecem uma resposta

que foi posteriormente considerada insatisfatória. Diferentes fórmulas foram então propostas com base nos mesmos ensaios, obtendo-se melhor desempenho.

## 2 Método da Resposta ao Salto

A resposta típica de um processo industrial a um salto unitário na sua entrada é apresentada na Figura 3.

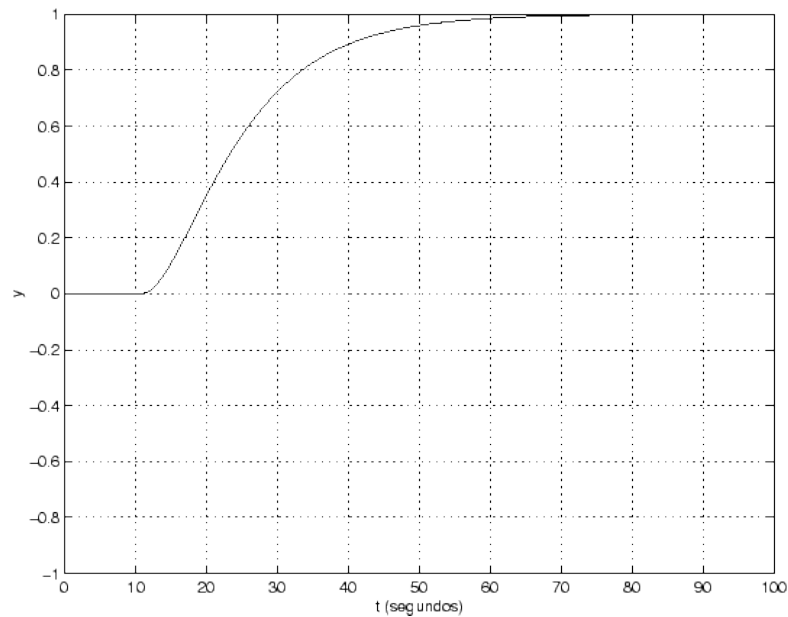


Figura 3: Características da resposta ao salto do processo relevantes para o ajuste de Ziegler-Nichols.

Esta resposta pode ser caracterizada por dois parâmetros: o atraso aparente  $L$  e o ganho integral equivalente  $a$ . Estes parâmetros são obtidos traçando uma reta tangente à curva de resposta no seu ponto de inflexão, ou seja, o ponto em que a taxa de variação da resposta é máxima. Os parâmetros são dados então pela interseção desta reta com os eixos coordenados, conforme indicado na Figura. Um salto de amplitude diferente da unidade pode ser usado, sendo neste caso necessário normalizar o ganho integral equivalente dividindo-o pela amplitude deste salto.

Note que:

$$L = t_d - \frac{y_d}{d} \quad (2)$$

$$a = Ld = dt_d - y_d \quad (3)$$

onde  $d$  é o máximo valor da taxa de variação da saída,  $t_d$  é o instante de tempo em que este valor é observado e  $y_d$  é o valor da saída neste instante.

Ziegler e Nichols propuseram as fórmulas mostradas na tabela 4 para cálculo dos parâmetros do controlador a partir dos parâmetros ( $a$  e  $L$ ).

Tipo de controlador	$K$	$T_i$	$T_d$
P	$1/a$	-	-
PI	$0,9/a$	$3L$	-
PID	$1,2/a$	$2L$	$L/2$

Tabela 4: Tabela de Ziegler e Nichols pelo método da resposta ao salto.

Os valores nesta Tabela foram determinados de forma empírica de forma a obter uma resposta com amortecimento de  $1/4$  na resposta à referência para processos industriais típicos. Enquanto a rejeição a perturbações muitas vezes apresenta um comportamento satisfatório, este amortecimento usualmente não é satisfatório na resposta à referência, causando em muitos casos uma sobrepassagem excessiva e baixa tolerância a variações na dinâmica do processo. Em função destas características, outras fórmulas foram propostas e diversas modificações sobre o método são utilizadas [2]. A Tabela 5 apresenta fórmulas que proporcionam uma resposta mais adequada.

Overshoot Tipo de controlador	0%			20%		
	$K$	$T_i$	$T_d$	$K$	$T_i$	$T_d$
P	$0,3/a$	-	-	$0,7/a$	-	-
PI	$0,35/a$	$1,2T$	-	$0,6/a$	$T$	-
PID	$0,6/a$	$T$	$0,5L$	$0,95/a$	$1,4T$	$0,47L$

Tabela 5: Tabela de Chien para ajuste pelo método da resposta ao salto.

O método da resposta ao salto consiste portanto dos seguintes passos:

1. registrar a resposta ao salto do processo;
2. encontrar o instante de tempo em que a taxa de variação da saída atinge o seu valor máximo;
3. anotar o valor da saída e de sua taxa de variação neste instante de tempo;
4. calcular o atraso aparente e o ganho integral equivalente como em (2)-(3);
5. consultar a Tabela 4 ou 5.

### 3 Método do Período Crítico ou Método do Relé

Se um processo é colocado em laço fechado com controle proporcional e o valor do ganho proporcional é aumentado progressivamente, a certa altura o processo iniciará a oscilar. O ganho necessário para causar esta oscilação é chamado ganho crítico do processo e o período da oscilação observada é dito o seu período crítico. Evidentemente estes parâmetros podem ser determinados pelo ensaio em malha fechada com ganho proporcional, porém este procedimento é pouco eficiente por diversos motivos. Primeiramente, uma vez que o ganho deve ser aumentado de forma gradativa, o procedimento torna-se bastante demorado. Em segundo lugar, é preciso ter de antemão alguma informação sobre a dinâmica do processo a fim de determinar o valor inicial do ganho e sua taxa de variação. Finalmente, a natureza linear da oscilação faz com que ela nunca seja sustentada, mas sempre amortecida ou instável.

Uma maneira muito mais eficiente de determinar estes parâmetros é o **ensaio de realimentação com relé**, que não sofre de nenhum dos problemas citados acima. Imagine que o processo esteja em laço fechado com um relé na realimentação, como na Figura 4. A saída do relé oscila entre dois valores, e o valor médio é aquele necessário para fazer com que a saída seja igual à referência.

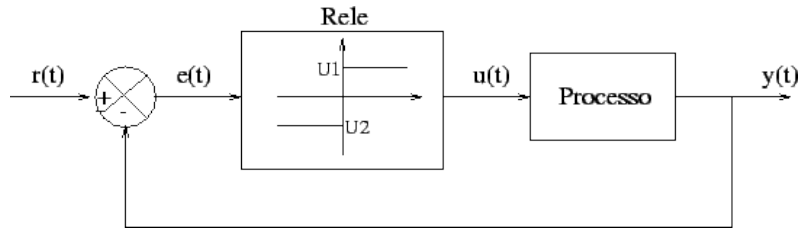


Figura 4: Controle on-off.

O sinal de controle  $u(t)$  pode assumir apenas dois valores, conforme o erro seja positivo ou negativo. Em outras palavras tem-se:

$$u(t) = \begin{cases} U_1, & \text{se } e(t) > 0 \\ U_2, & \text{se } e(t) < 0 \end{cases}$$

Este tipo de função pode ser implementada como um simples comparador ou mesmo um relé físico. Note que neste caso teríamos uma inconsistência em zero e, na presença de ruídos, teríamos chaveamentos espúrios quando o sinal  $e(t)$  for próximo de zero.

Para evitar este tipo de problema, utiliza-se na prática o que chamamos de controlador liga-desliga com histerese mostrado na figura 5.

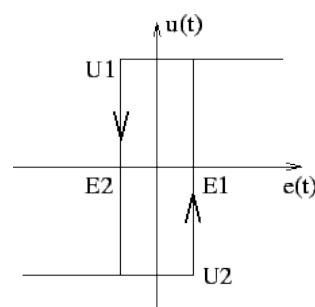


Figura 5: Curva de histerese indicada para controlador on-off.

Com este tipo de controlador temos o seguinte comportamento:

- Se  $u(t) = U_1$ , é necessário que o valor de  $e(t)$  deça abaixo de  $-E_2(t)$  para que haja um chaveamento para  $U_2$ ;
- Se  $u(t) = U_2$ , é necessário que o valor de  $e(t)$  ultrapasse o valor de  $E_1$  para que haja um chaveamento para  $U_1$ .

O gráfico da figura 6 mostra a curva de resposta em malha fechada e o respectivo sinal de controle para um sistema com controlador liga-desliga com histerese. Note que, em regime

permanente, a saída do sistema apresenta uma oscilação em torno do valor de referência. Este fato denota a baixa precisão obtida com este tipo de controlador. A amplitude e a frequência da oscilação são funções do intervalo  $[E_1, E_2]$ . A determinação do intervalo  $[E_1, E_2]$  deve ser feito levando-se em consideração a precisão desejada, os níveis de ruído e a vida útil dos componentes.

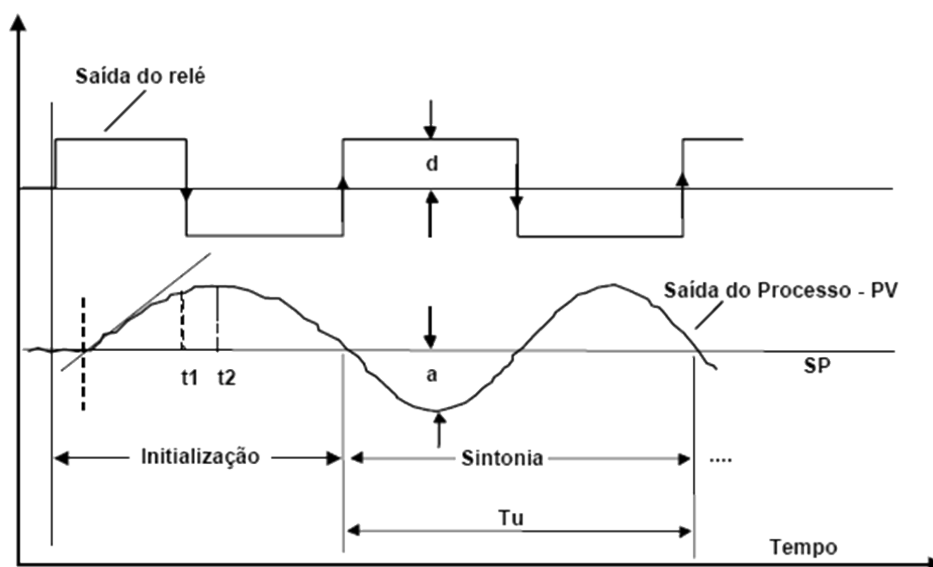


Figura 6: Resposta típica para controlador on-off.

A ação de controle liga-desliga pode assim ser considerada a ação de controle mais simples e mais econômica. Entretanto, este tipo de ação possui limitações no que diz respeito ao comportamento dinâmico e em regime permanente do sistema em malha fechada. Suas aplicações restringem-se a sistemas onde não é necessário precisão nem um bom desempenho dinâmico. Como exemplos corriqueiros de aplicação deste tipo de controle temos: termostato da geladeira, controle de nível d'água a partir de "bóias".

O sistema de identificação baseado no controlador on-off está mostrado na Figura 4, enquanto que a Figura 6 apresenta a resposta típica esperada para um sistema nesta configuração.

O período da oscilação (gráfico de  $y(t)$  da figura 6) é o chamado **período crítico do processo** ou  $T_u$ . O outro parâmetro a ser determinado é o **ganho crítico**,  $K_u$ , que recebe este nome por ser o ganho necessário para levar o sistema à instabilidade quando sob controle proporcional. Pelo método da função descritiva pode-se demonstrar que o ganho crítico é inversamente proporcional à amplitude da oscilação provocada pela realimentação com relé:

$$K_u = \frac{4d}{\pi A} \quad (4)$$

onde  $A$  é a amplitude da oscilação observada.

Como o processo deve ser mantido próximo do seu ponto de operação, o sistema do relé deverá somar à saída do relé o valor da tendência (bias) que a saída do PID apresentava antes do início do teste. O valor do "bias" será o valor médio da saída do PID antes do início valor

deve ser recalculado do teste. Caso este valor não seja adequado, o sistema não oscilará, ou oscilará de forma assimétrica. Neste caso, o valor de "bias" deve ser recalculado. Ademais, é conveniente fazer com que a saída do relé varie seguindo uma rampa nos primeiros momentos do ensaio, até atingir a amplitude desejada, como medida de prevenção contra possíveis oscilações excessivamente grandes.

De posse do ganho crítico e do período crítico basta aplicar as fórmulas propostas. A Tabela 4.3 apresenta as fórmulas originalmente apresentadas por Ziegler e Nichols quando da proposta do método.

Tipo de controlador	$K$	$T_i$	$T_d$
P	$0,5K_u$	-	-
PI	$0,4K_u$	$0,8T_u$	-
PID	$0,6K_u$	$0,5T_u$	$0,125T_u$

Tabela 6: Fórmulas de Ziegler e Nichols para ajuste pelo método do período crítico.

O método de ajuste do período crítico consiste portanto dos seguintes passos:

1. colocar o sistema em laço fechado com controle liga-desliga, de forma a provocar uma oscilação na saída do processo;
2. anotar a amplitude e a frequência da oscilação resultante;
3. calcular o ganho crítico como em (4);
4. consultar a Tabela 6 ou outra Tabela similar.

Na prática **o relé deve ser dotado de histerese**, a fim de **evitar chaveamento devido ao ruído**. Este método pode ser diretamente aplicado a uma classe de sistemas para os quais o método da resposta ao salto não é adequado. Ademais este método é menos sensível à presença de ruído do que o método da resposta ao salto. No entanto, para sistemas demasiadamente simples o método fica prejudicado, pois neste caso as características da oscilação - amplitude e frequência - são univocamente determinadas pelas características do relé, independentemente das características do processo.

## 4 Método de Cohen-Coon

O método de Cohen-Coon de ajuste do controlador corrige a lenta resposta até o estado estacionário gerada pelo método de Ziegler-Nichols, principalmente quando há um grande tempo morto (atraso de resposta no processo) em comparação à constante de tempo do sistema em malha aberta. Um grande atraso de resposta é necessário tornar este método prático, pois de outra forma, ganhos exageradamente grandes serão sugeridos para o controlador. Este método é usado somente para os modelos de primeira ordem com atraso, devido ao fato de que o controlador não responde instantaneamente ao distúrbio (a perturbação passo é progressiva, em vez de instantânea).

O método de Cohen-Coon é classificado como sendo um método de ajuste "offline", o que significa que uma pequena mudança pode ser introduzida no sistema, uma vez que a mesma



tenha alcançado o regime permanente. Então, a saída pode ser medida com base na constante de tempo ( $\tau$ ) e o tempo de atraso ( $\tau_{Dead}$ ) e a resposta obtida pode ser usada para determinar os parâmetros iniciais de controle – ver figura 1.

O detalhe deste método é que o mesmo exige que determinados valores sejam respeitados: (i) valor mínimo de *offset* ( $A$ , no sinal de excitação adodato para a planta – ver figura 7) e (ii) certa taxa de decaimento, para que o método funcione. É necessário que a amplitude da segunda oscilação do sistema alcance aproximadamente 1/4 da amplitude da primeira oscilação – ver figura 7. É sugerida a tabela 7 para ajuste dos parâmetros do controlador. Ver mais em <http://controls.engin.umich.edu/wiki/index.php/PIDTuningClassical> e <http://www.act-control.com/ZN.HTM>.

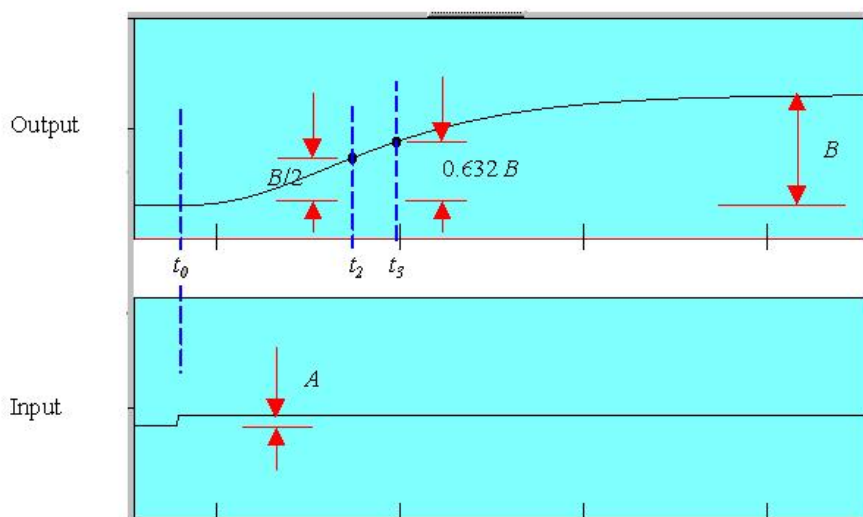


Figura 7: Método de Cohen-Coon.

Tipo de Controlador	$K_c$	$T_i$	$T_d$
P	$(P/NL) \cdot [1 + (r/3)]$	–	–
PI	$(P/NL) \cdot [0,9 + (R/12)]$	$L \cdot (30 + 3R)/(9 + 20R)$	–
PID	$(P/NL) \cdot [1,33 + (R/4)]$	$L \cdot (30 + 3R)/(9 + 20R)$	$4L/(11 + 2R)$

onde:

$P$  Percentual de mudança na escitação (entrada no sitema).

$N$  Percentual de mudança na saída.

$L$   $\tau_{Dead}$ : atraso no tempo do processo.

$R$  Relação:  $\tau_{Dead}/\tau$ .

Tabela 7: Parâmetros de sintonia sugeridos para o caso do método de Cohen-Coon.

## 5 Simulações sugeridas

Tomas B. Co, professor associado do departamento de engenharia química de Universidade Tecnológica do Michigan, disponibilizou em páginas WEB, 2 processos diferentes que podem ser simulados e ajustado usando o método do relé<sup>1</sup>(<http://www.chem.mtu.edu/~tbco/cm416/pidchoice.html>):

1. Sistema "A": sistema de 3<sup>a</sup>-ordem, super-amortecido – <http://www.chem.mtu.edu/~tbco/cm416/newpida.html>;
2. Sistema "B": sistema de 2<sup>a</sup>-ordem – <http://www.chem.mtu.edu/~tbco/cm416/newpidb.html> – ver figura 8;

O "manual" para este simulador pode ser encontrado em <http://www.chem.mtu.edu/~tbco/cm416/pidhelp.html> e o método de sintonia adotado é o do relé (<http://www.chem.mtu.edu/~tbco/cm416/Atune.html>), com sinal de controle definido como:

$$u = \begin{cases} u_0 + h, & \text{se } e \geq 0 \\ u_0 - h, & \text{se } e < 0 \end{cases}$$

onde  $u_0$  é uma excitação, constante, fornecida ao sistema;  $y_0$  seria o ponto de ajuste para saída do sistema (referência ou *setpoint*);  $h$  é o incremento no sinal de controle, pequeno. Ver figura 9. De posse dos valores capturados  $P_u$ ,  $a$  e  $h$  se determina o ganho crítico do sistema (*ultimate gain*):

$$K_u = \frac{4}{P_u} \frac{h}{a}$$

## Referências

- [1] Bazanella, Alexandre Sanfelice; Silva Jr., João Manoel Gomes da, *Ajuste de Controladores PID*, Curso de Extensão, Depto. de Engenharia Elétrica, UFRGS, 2000-04-03, <http://www.ece.ufrgs.br/~jmgomes/pid/Apostila/apostila/apostila.html>
- [2] Anthony S. McCormack and Keith R. Godfrey. *Rule-Based Autotuning Based on Frequency Domain Identification*, IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol 6 no 1, January 1998.
- [3] Maria Isabel Berto; Fabiana Rodrigues de Sá; Vivaldo Silveira Jr.; *Avaliação de controles PID adaptativos para um sistema de aquecimento resistivo de água*. Ciênc. Tecnol. Aliment. vol.24 no.3 Campinas July/Sept. 2004, [http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0101-20612004000300030&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0101-20612004000300030&script=sci_arttext) ou <http://www.scielo.br/pdf/cta/v24n3/21946.pdf>.
- [4] Finn Haugen, *Introduction to LabVIEW Control Design, System Identification and Simulation Tools*, Tech Report, NI (National Instruments) Days'2005, Drammen, Norway, April 26 2005, <http://techteach.no/presentations/nidays05/index.htm>

<sup>1</sup>Exige máquina virtual Java instalada no browser utilizado.

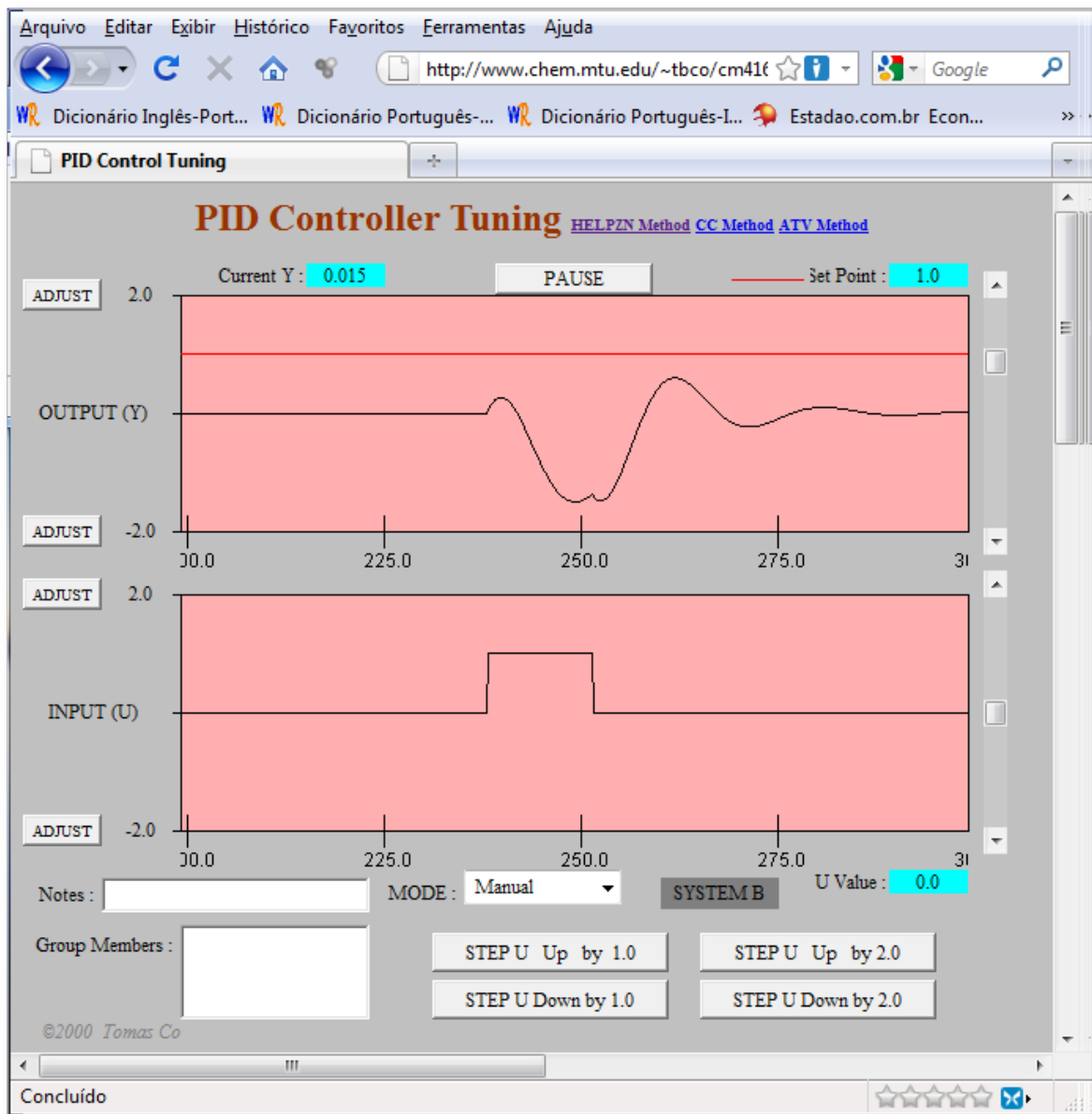


Figura 8: Simulador (Java applet) para sintonia de controladores PID.

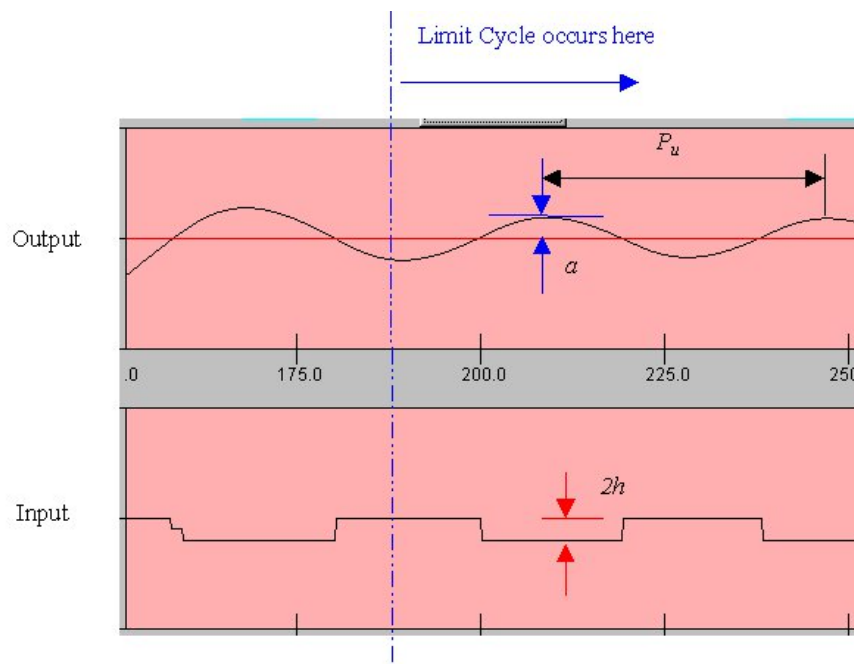


Figura 9: Método do Relé – ajuste.