



# Controle Automático I

Engenharia Elétrica  
Prof. Fernando Passold

## Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é avaliar o conhecimento adquirido na primeira parte da disciplina associado com equações diferenciais e transformada de Laplace e seu uso para análise de sistemas.

## Execução

Este trabalho está previsto para ser executado em duplas de alunos ou no máximo, em equipes de 3 alunos. Cada equipe devolve para o professor um arquivo PDF contendo a resolução das questões.

Não se exige nenhuma "capa" para este trabalho, nem nenhuma formatação especial, mas sugere-se uso de fonte tamanho 10 pt, espaçamento 1,1. Os gráficos podem ser traçados usando software como o Matlab ou Octave.

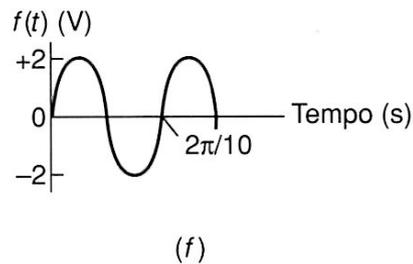
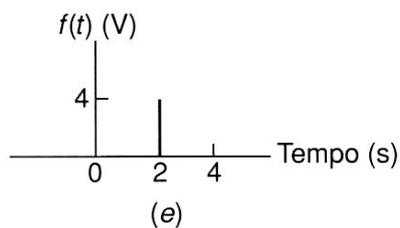
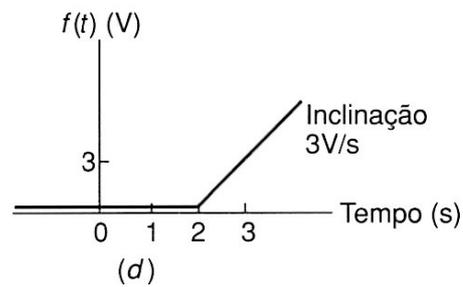
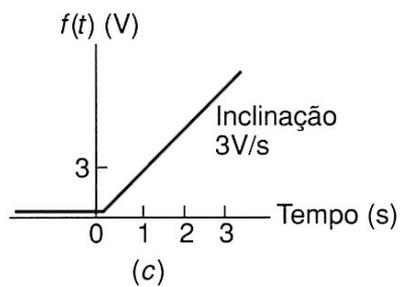
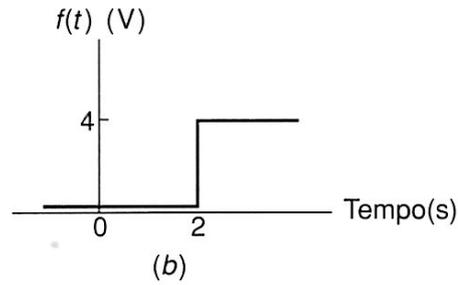
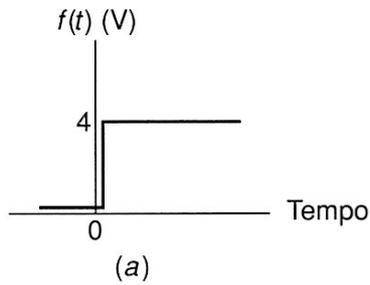
**Data de entrega:** 19/04/2024 .

## Pontuação

Todos os itens valem 1,0 ponto, com exceção do item 7 que vale 2,0 pontos.

## ITENS:

- 1) A figura abaixo ilustra várias formas comuns de sinais de entrada para sistemas. Com auxílio de tabela, deduza as Transformadas de Laplace para estes sinais.



Onde: (a) função degrau de amplitude 4 Volts; (b) função degrau atrasada de 2 segundos e amplitude de 4 Volts; (c) função rampa, com razão de 3 Volts/s; (d) função rampa deslocada (atrasada) no tempo em 2 segundos e com razão de 3 Volts/2; (e) impulso de amplitude 4 Volts no instante de tempo  $t = 3$  segundos; (f) onda senoidal de amplitude de 2 Volts de pico e frequência de 10 Hz.

- 2) Trace um gráfico (temporal) das funções abaixo e determine suas transformadas de Laplace:

- $y(t) = t^2$ .
- $y(t) = t^2 e^{-at}$ .
- $y(t) = t^2 (1 + e^{-at})$ .

Obs.: Suponha que  $a = 1/4$ .

3) Determine as transformadas inversas de Laplace para:

a)  $Y(s) = \frac{2}{s}$ .

b)  $Y(s) = \frac{3}{2s + 1}$ .

c)  $Y(s) = \frac{2}{s - 5}$ .

4) Use a transformada de Laplace para resolver a seguinte equação diferencial:

$$3 \frac{dx}{dt} + 2x = 4,$$

com  $x = 0$  em  $t = 0$ .

5) Para um degrau de amplitude  $V$  aplicado no instante  $t = 0$  em um circuito RC (série), a equação diferencial para a d.d.p. no capacitor,  $V_c$ , é dada por:

$$V = RC \frac{dV_c}{dt} + V_c$$

$V_c$  é zero em  $t = 0$ .

Usar as transformadas de Laplace para resolver esta equação e traçar um esboço gráfico da tensão  $v_c(t)$ , depois de aplicada a tensão degrau de amplitude  $V$ . Ressalte no mesmo gráfico, o valor de  $v_c$  comparado com  $V$  quando a)  $t = \tau$ , b)  $t = 2\tau$ , c)  $t = 3\tau$  e d)  $t = 4\tau$ , onde  $\tau = RC = 0,5$  (segundos), corresponde a constante de tempo deste sistema.

6) Realizar a expansão em frações parciais da função abaixo:

$$F(s) = \frac{s + 5}{s^2 + 3s + 2}$$

7) Considere um circuito RC série com uma tensão de entrada ( $V_{in}$ ) em rampa. A equação diferencial para a d.d.p. no capacitor,  $V_c$ , é dada por:

$$RC \frac{dV_c}{dt} + V_c = V_{in}$$

Obs.: quando  $t = 0$ , o valor (inicial) de  $V_c$  é zero.

a) Desenvolva a função transferência que define  $V_c(s)/V_{in}(s)$ .

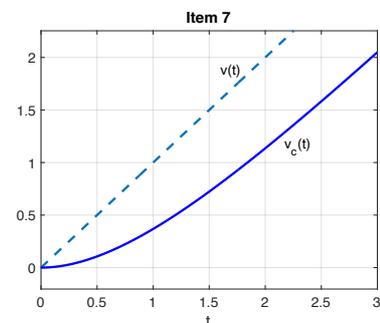
b) Determine  $V_c(s)$  quando  $V_{in}(s)$  é uma rampa de razão de amplitude  $V$  (Volts/s).

c) Determine  $v_c(t)$  fazendo  $\mathcal{L}^{-1}\{V_c(s)\}$ , usando  $V_c(s)$  determinado no item anterior.

Dica: será necessário fazer uso de frações parciais.

d) Por fim, trace um esboço gráfico com 2 curvas, uma tracejada para

$v_{in}(t)$  e outro traço contínuo para  $v_c(t)$ . Considere neste caso:  $R=10 \text{ K}\Omega$ ,  $C=100 \text{ }\mu\text{F}$ , e  $V = 1,0 \text{ Volt/segundo}$ . Trace o gráfico para  $0 \leq t \leq 3\tau$ , onde  $\tau = RC$  corresponde a constante de tempo deste sistema. Ressalte no mesmo gráfico o valor de  $v_c$  comparado com  $v$  quando d.1)  $t = \tau$ , d.2)  $t = 2\tau$  e d.3)  $t = 3\tau$ .



Obs.: Para o item (d) deve ser obtida uma figura semelhante à mostrada ao lado da questão.

Fim.